УЧ КАРРАЛИ ФУРЬЕ ҚАТОРИНИНГ ОКТАЭДРЛИ ҚИСМИЙ ЙИҒИНДИЛАР КЕТМА-КЕТЛИГИ УЧУН ЛЕБЕГ ЎЗГАРМАСИНИ АСИМПТОТИК ҲОЛАТИ ҲАҚИДА

Буваев Қ. Т.[10],
Жўраев Ш. Ш.[11]

Қуйидаги

$$\sum_{n\in Z^3} f_n e^{inx} \qquad (1)$$

уч каррали Фурье қаторини қараймиз. Бу ерда Z^3- бутун координатали векторлар тўплами, $f_n = (2\pi)^{-3}\int\limits_{T^3} f(y)e^{-iny}dy$ – Фурье коэффициентлари, $nx = n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3$, $T^3 = (-\pi;\pi]^3$ – 3 ўлчовли куб.

$S_k f(x)$ – (1) қаторнинг октаэдр бўйича қисмий йиғиндиси бўлсин, яьни:

$$S_k f(x) = \sum_{|n_1|+|n_2|+|n_3|\le k} f_n e^{inx}, \qquad (2)$$

бу ерда $k = 0,1,\ldots$.

Агар қуйидаги

$$\Delta_k^3(x) = \frac{1}{(2\pi)^3}\sum_{|n_1|+|n_2|+|n_3|\le k} e^{inx} \qquad (3)$$

белгилашни киритсак, у ҳолда (2) қисмий йиғиндини ушбу

$$S_k f(x) = \int\limits_{T^3} \Delta_k^3(x-y) f(y)dy \qquad (4)$$

кўринишидаги интеграл оператори орқали ифодалаш мумкин. (3) тенглик билан аниқланган $\Delta_k^3(x)$ га уч ўлчовли Дирихле ядроси деб аталади.

Энди қуйидаги нормани киритамиз:

$$\|S_k\| = \sup_{|f(x)|\le 1} |S_k f(x)|. \qquad (5)$$

Одатда (5) тенглик орқали киритилган нормага Лебег ўзгармаси дейилади ва уни L_k орқали белгилаймиз. Шундай қилиб, (4) ва (5) тенгликларга кўра Лебег ўзгармаси учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

---

[10] Ўзбекистон миллий университети доценти
[11] Ўзбекистон миллий университети магистранти

$$L_k = \int_{T^3} \left|\Delta_k^3(x)\right| dx. \qquad (6)$$

Мазкур ишда L_k Лебег ўзгармасини $k \to \infty$ даги асимптотик ҳолати ўрганилган. Эслатиб ўтамиз, икки ўлчовли ҳол учун мазкур масала [1] ишда ўрганилган ва қуйидаги натижа олинган: $k \to \infty$ да ушбу

$$L_k = 16\pi^{-4} \ln^2 k + O(\ln k) \qquad (7)$$

асимптотик тенглик ўринли.

Асосий натижани олишда $\Delta_k^3(x)$ йиғиндини жамлаш масаласи муҳим рол ўйнайди. Бунинг учун (3) ни қуйидаги кўринишида ёзиб оламиз:

$$\Delta_k^3(x) = (2\pi)^{-3} \sum_{n_3=-k}^{k} e^{in_3x_3} \sum_{|n_1|+|n_2|\le k-|n_3|} e^{i(n_1x_1+n_2x_2)}. \qquad (8)$$

Лемма. $\forall k = 0, 1, \ldots$ *ва ушбу* $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \neq 0$ *муносабатни қаноатлантирувчи* $\forall x \in R^3$ *лар учун қуйидаги*

$$\Delta_k^3(x) = \frac{(2\pi)^{-3}}{\sin\frac{x_1+x_2}{2}\sin\frac{x_1-x_2}{2}} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\cos^2\frac{x_2}{2}\left[-\sin\frac{k}{2}(x_3+x_2)\sin\frac{k}{2}(x_3-x_2) + \sin\frac{k+1}{2}(x_3+x_2)\sin\frac{k+1}{2}(x_3-x_2)\right]}{\sin\frac{x_3-x_2}{2}\sin\frac{x_3+x_2}{2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{\cos^2\frac{x_1}{2}\left[-\sin\frac{k}{2}(x_3+x_1)\sin\frac{k}{2}(x_3-x_1) + \sin\frac{k+1}{2}(x_3+x_1)\sin\frac{k+1}{2}(x_3-x_1)\right]}{\sin\frac{x_3-x_1}{2}\sin\frac{x_3+x_1}{2}} \right\}. \qquad (9)$$

тенглик ўринли.

Юқоридаги леммадан фойдаланиб, қуйидаги асосий теоремани исботлаш мумкин.

Теорема. *Ушбу*

$$L_k = 64\pi^{-6} \ln^3 k + O(\ln^2 k). \qquad (10)$$

асимптотик тенглик $k \to \infty$ *да текис бажарилади.*

АДАБИЁТЛАР:

1. Даугавет И.К. О постоянных Лебега двойных рядов Фурье. Методы вычислений. Л.. Издательство Ленинградский университет, №3, 1970, 8-13.