LOBACHEVSKIY TEKISLIGIDAGI TO‘G‘RI CHIZIQLARNING O‘ZARO VAZIYATI

Zaburov Doston
Termiz Davlat Universiteti
Axborot texnologiyalari fakulteti talabasi

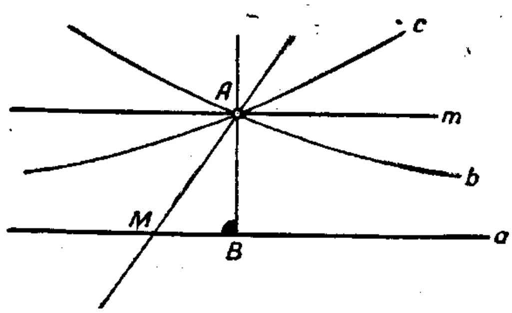
Annotatsiya: Lobachevskiy tekisligidagi to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro vaziyatini batafsil va sistemali ravishda ko‘raylik. O‘tkir burchakning bir tomoniga tik va ikkinchi tomoni bilan kesishmaydigan birinchi perpendikulyar haqidagi teorema, to‘g‘ri chiziqlarning bir-biriga nisbatan olgan vaziyatlarida Evklid geometriyasi bilan Lobachevskiy geometriyasida juda katta farqning borligini ko‘rsatadi.

Lobachevskiy geometriyasida to‘g‘ri chiziqlar yo kesishadi, yoki kesishmaydi, ammo kesishmaydigan to‘g‘ri chiziqlar, Evklid geometriyasidagi singari, u qadar sodda xossalarga ega emas. Bunda ahvol ancha murakkabdir.

Kalit so’zlar: Lobachevskiy, Lobachevskiy tekisligi, to‘g‘ri chiziqlar, to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro vaziyatini, Parallel va o‘taparallel to‘g‘ri chiziqlar

Parallel va o‘taparallel to‘g‘ri chiziqlar.

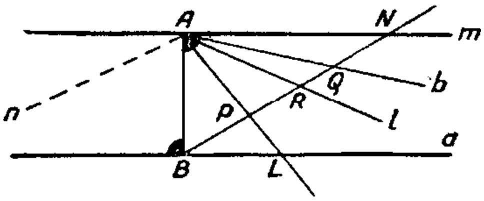
Lobachevskiy postulati ustida to‘xtalib o‘taylik. *a* to‘g‘ri chiziqda yotmagan *A* nuqtadan *(a,A)* tekislikda *a* bilan kesishmaydigan eng kamida ikkita to‘g‘ri chiziq o‘tkazish mumkin; ularni b va *c* bilan belgilaylik. Demak *A* nuqtadan *a* bilan kesishmaydigan cheksiz ko‘p to‘g‘ri chiziqlar o‘tadi. (1-chizma)



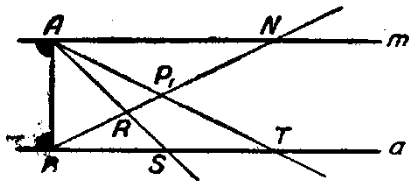
1-chizma

Bular qatoriga *bAc* burchakdagi hamma to‘g‘ri chiziqlar kiradi. Shu sababli markazi *A* nuqtadagi dasta to‘g‘ri chiziqlari ikki sinfga ajraladi. Birinchi sinfga dastaning *a* to‘g‘ri chiziq bilan kesishuvchi barcha to‘g‘ri chiziqlarini, ikkinnchi sinfga — dastaning qolgan hamma to‘g‘ri chiziqlarini kiritamiz. Sinflarning har birida cheksiz ko‘p to‘g‘ri chiziqlar bor. Masalan, *a* to‘g‘ri chiziqdagi *M* nuqtalar *A* nuqta bilan tutashtirilib birinnchi sinf to‘g‘ri chiziqlarini hosil qilamiz; *b* va *c* to‘g‘ri chiziqlar va shuningdek, *bAc* burchakdagi barcha to‘g‘ri chiziqlar ikkinnchi sinfga kiradi; bu ikkinchi sinfga kiruvchilar orasida *AB* ga perpendikulyar bo‘lgan *Am,* to‘g‘ri chiziq ham bor, bunda *AB* ning o‘zi *a* ga perpendikulyar. *BAm* to‘g‘ri burchakdagi to‘g‘ri chiziqlar ham ikki sinfga bo‘linadi (2-chizma).

2-chizma



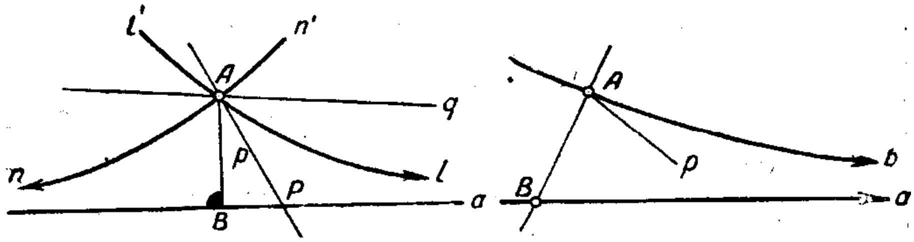
Birinchi sinfga *a* bilan kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlarning hammasini, ikkinchi sinfga *a* bilan kesishmaydigan hamma to‘g‘ri chiziqlarni kiritamiz. *Am* nurda *N* nuqtani olib va *BN* kesmani yasab, *BAm* burchakdagi hamma to‘g‘ri chiziqlarning *BN* bilan kesishganini ko‘ramiz. *ABN* uchburchakni olib qarasak, bunga ishonch hosil qilamiz. Birinnchi sinfga qarashli to‘g‘ri chiziqlar, masalan, *AL, BN* kesmani birinnchi sinf nuqtalarida (ular *P* bo‘lsin) va; ikkinnchi sinf to‘g‘ri chiziqlarini masalan, *b, BN* kesmaning ikkinchi sinf nuqtalarida (ular Q bo‘lsin) kesadi deb hisoblaymiz. *BN* kesmaning nuqtalari xullas ikki sinfga ajraldi.



3-chizma

Ularning har birida cheksiz ko‘p nuqtalar bor va birinchi sinfning hamma nuqtalari (ya’ni *P)*, ikkinchi sinfdagi har bir Q nuqtadan bir tarafda yotadi. Dedekind aksiomasini qo‘llab, *BN* kesmani ikki bo‘lakka ajratuvchi yagona *R* nuqtaning borligini aniqlaymiz. Bo‘laklarning biri birinchi sinf nuqtalari *R*, ikkinchisi esa ikkinchi sinf nuqtalari *Q* dan iboratdir. Bu bo‘laklarnang chegarasi bo‘lgan *R* nuqta ikkinchi sinfga kiradi. Birinchi sinfning oxirgi nuqtasi yo‘q, ya’ni *AR* nur *a* to‘g‘ri chiziq bilan kesishmaydi. Haqiqatan, *AR* nur *a* to‘g‘ri chiziq bilan *S* nuqtada kesishadi deb faraz qilaylik (2 va 1-chizma) va *a* to‘g‘ri chiziqda shunday *T* nuqta olaylikki, u *BS* yo‘nalishda *S* nuqtadan keyin yotsin. *A* ni *T* bilan tutashtiraylik. *AT* nur *BN* kesma bilan P_1 nuqtada kesishadi. Demak P_1 nuqta birinchi sinf nuqtasidir; biroq bu holning sodir bo‘lishi mumkin emas, chunki *RN* kesmadagi hamma nuqtalar ikkinchi sinf nuqtalaridir. *AR* nur *a* to‘g‘ri chiziq bilan kesishadi degan faraz zidlikka keltirdi, demak *AR* nur *a* to‘g‘ri chiziq bilan kesishmaydi. Bu yerdagi ahvolni anglatib ayonlash mumkin: Birinchi sinfning *AL* nurini *A* nuqta atrofida (keltirilgan 6-chizmada soat strelkasiga teskari) aylantira borsak, o‘zgaruvchi bu nur *a* to‘g‘ri chiziq bilan *L* nuqtada kesishadi; bu nuqta, nurning aylana borishi bilan *a* to‘g‘ri chiziq bo‘ylab borgan sari uzoqlashadi, va nihoyat, shunday payt keladiki, aylanuvchi nur *a* to‘g‘ri chiziqdan “uzilib ketadi”. Bu payt, aylanuvchi nur *AR* vaziyatni olganda, ya’ni birinchi sinf nurlaridan ikkinchi sinf nurlariga o‘tganida yuz beradi. Bundan keyin bu nurni to Am nurning vaziyatigacha aylantira borganimizda, u *a* to‘g‘ri chiziq bilan kesishmaydi. Ana shu “chegaraviy” *ARq l* to‘g‘ri chiziqni (2-chizma) Lobachevskiy *A nuqtaga nisbatan BL yo‘nalishda a to‘g‘ri chiziqqa parallel chiziq* deb atagan edi. Agar simmetriya o‘qi AB ga nisbatan *l* bilan simmetrik bo‘lgan *n* to‘g‘ri chiziqni olsak, oldingi yo‘nalishga qarama-qarshi bo‘lgan *LB* yo‘nalishda *a* ga parallel bo‘lgan ikkinchi to‘g‘ri chiziqni hosil qilamiz.

Bu yerda parallellik Lobachevskiy ta’rificha tushuniladi. Shunday qilib, har bir *a* to‘g‘ri chiziq va har bir A nuqta, uchun shunday ikki *l, n* to‘g‘ri chiziq mavjudki, ular *a* ga Lobachevskiy ta’rifi bo‘yicha paralleldir; bulardan biri *a* ga bir yo‘nalishda, ikkinchisi esa qarama-qarshi yo‘nalishda paralleldir.



4-chizma 5-chizma

lAn burchakdagi hamma *p* to‘g‘ri chiziqlarning *a* bilan kesishishini biz aniqladik. *n'Al* burchagidagi hamma *q* to‘g‘ri chiziqlar *a* bilan kesishmaydi. *q* to‘g‘ri chiziqlar *a* to‘g‘ri chiziqqa o‘taparallel deb ataladi (5-chizma). *a* ga o‘taparallellar qatoriga *BA* ga perpendikulyar *m* to‘g‘ri chiziq ham kiradi (1-chizma). Agar *a* to‘g‘ri chiziqda strelka bilan ko‘rsatilgan tayin bir yo‘nalish tanlanib olingan bo‘lsa, *a* to‘g‘ri chiziqda yotmagan har bir *A* nuqtadan, berilgan yo‘nalishda *a* to‘g‘ri chiziqqa parallel faqat bitta *b* to‘g‘ri chiziq o‘tadi.

Berilgan *A* nuqtadan o‘tib, *a* to‘g‘ri chiziqqa berilgan yo‘nalishda parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziqqa quyidagicha ta'rif berish mumkin: *a* to‘g‘ri chiziqning istalgan *B* nuqtasini *A* bilan tutashtiramiz (5-chizma). *AB* to‘g‘ri chiziq tekislikni ikkita yarim tekislikka bo‘ladi. *a* to‘g‘ri chiziqda berilgan yo‘nalishda harakat qilib, bu yarim tekisliklarning biridan ikkinchisiga o‘tamiz. *bAB* burchak ikkinchi yarim tekislikda yotadi. Quyidagi ikki shart bajarilsa, *b* to‘gri chiziq *a* ga ko‘rsatilgan yo‘nalishda parallel deb ataladi: 1) *b to‘gri chiziq a bilan kesishmaydi;* **2)** *bAB burchakdagi istalgan p to‘g‘ri chiziq a bilan kesishadi.* Bu ta'rifning, parallellarga Lobachevskiy tomonidan berilgan ta’rifga ekvivalentligi ravshandir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Смогоржевский А.С. - О геометрии Лобачевского. М., 1957.
2. Розенфельд Б.Д. История неевклидовой геометрии, «Наука», М., 1976.
3. Лаптев Б.Л. Лобаческий и его геометрия, М. 1976.
4. Абдурахманов А. Математика тарихи. Тошкент 1998.
5. Х.Назаров, Қ.Остонов Математика тарихи, Тошкент, 1996.
6. Кутузов Б.В. Геометрия Лобачевского и элементы снования геометрии. М. 1960.
7. Силин А.В., Шмакова Н.А. Открываем неевклидовую геометрию. Москва 1988.