# TEKISLIKDA HARAKAT VA UNING XOSSALARI

**Raxmonov Ixtiyor Xusanovich**
*JDPU, sirtqi bo'lim, tabiiy va aniq fanlarda masofaviy ta'lim kafedrasi o'qituvchisi.*

Ma'lumki matematika moddiy dunyoning obyektlarini o'rganadi, lekin boshqa fanlardan farqli o'laroq, uning shakllari asosiy obyekt sifatida qaraladi.

Matematika o'sib kelayotgan yosh avlodni kamol topishida o'quv fani sifatida keng imkoniyatlarga ega. U o'quvchi tafakkurini rivojlantirib, ularning aqlini peshlaydi, uni tartibga soladi, o'quvchilarda maqsadga yo'nalganlik, mantiqiy fikrlash, topqirlik xislatlarini shakllantirib boradi.

O'quvchi yoshlarni hozirgi zamon talablariga to'la javob bera oladigan, o'tkir zehnli, qobiliyatli kishilar qilib yetishtirish maktablarimiz oldida turgan eng muhim va dolzarb vazifalardan biridir.

Fikrlash madaniyatini o'stirishda maktablarimizda matematika fani, xususan geometriyani o'qitish katta ahamiyatga ega. Ammo maktablarda geometriya sistematik kursini o'qitish shu kursning talablariga javob bera olmaydi.

Ayniqsa, ko'pchilik o'quvchilar mustaqil mantiqiy fikr yuritishda juda ham qiynaladilar, geometrik tushunchalarning ta'riflarini to'g'ri ifodalay olmaydilar. Isbotlashning mohiyatini, isbotni izlash yo'llarini aniq tasavvur eta olmaydilar. Geometrik jumlalar va ularning tarkibiy qismlari orasidagi bog'lanishni ro'yobga chiqara olmaydilar.

Bunday kamchiliklarni kelib chiqishi ko'p jihatdan geometriya o'qitishning qanday tashkil qilinishiga bog'liq. O'quvchilarni tekislikda harakat va uning xossalari, isbotlari bilan tanishtirishda eng sodda almashtirishlar bilan tanishish ko'zda tutiladi, ular: parallel ko'chirish, simmetriya burish va o'xshash almashtirishlardan iborat.

Parallel ko'chirish, simmetriya va burish barchasi adabiyotlarda bitta «harakat», yoki «siljitish» yoki «izometriya» deb aytiladi.

1-ta'rif. Tekislikning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofani o'zgartirmaydigan almashtirish «harakat» yoki «izometriya» deyiladi.

Harakatni L orqali belgilaymiz. Tekislikning har kanday ikki M,N nuqtasi uchun

$(M,N) = (L(M), L(N))$ $(M^1 = L(M)$ $N^1 = L(N))$

Harakat hossalarini ko'rib chiqaylik.

1°. Harakat kesmani o'ziga teng kesmaga o'tkazadi.

2°. Harakat bir to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtani, yana bir to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtaga o'tkazadi.

3°. Harakat to'g'ri chiziqni, to'g'ri chiziqqa o'tkazadi.

4°. Harakat nurni nurga o'tkazadi.

5°. Harakatda burchak kattaligani o'zgartirmaydi.

6°. Harakat, parallel to'g'ri chiziqlarni ya'ni parallel to'g'ri chiziqlarga o'tkazadi.

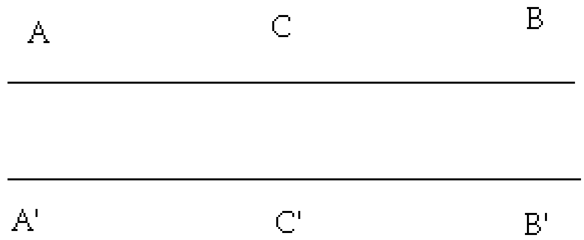
7°. Harakat ko'pburchakni yana ko'pburchakka o'tkazadi (bunda mos burchaklarning kattaligi, tomonlarining uzunliklari o'zgarmaydi)

8°. Harakat aylanani yana aylanaga o'tkazadi, bunda aylana radiuslari o'zgarmaydi.

9°. Tekislikdagi harakatlar to'plami gruppa tashkil qiladi

Isboti: 1° xossani isbotlaylik. Tekislikda ikkita A va B nuqtalarni olaylik. Harakat L(A)=A', L(B)=B' o'tkazsin.

Agar $c \in AB$ bo'lsa, u holda (57-chizma)




57 - чизма

P(AC)+P(CB)=P(AB) (12.1)

Harakat ta'rifiga asosan

P(A'C') + P(C'B') = P(A'B') (12.2)

bu esa $C' \in A'B'$ ko'rsatadi.

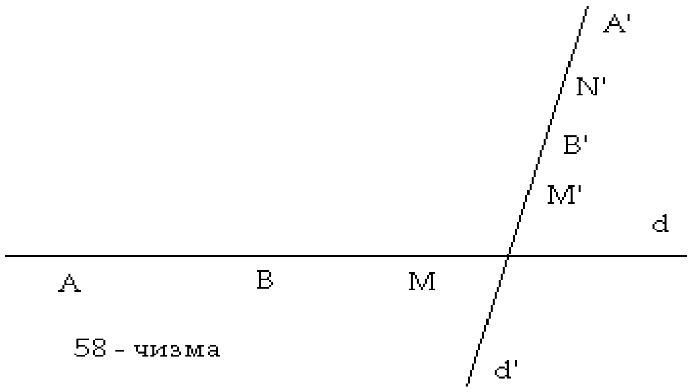
Aksincha, agar qandaydir $C^1$ nuqta $C^1 \in A^1B^1$ bo'lsa, u holda (12.2) tenglik o'rinli bo'ladi, bundan (12.1) tenglikning o'rinligini, undan esa $C \in AB$ bo'ladi.

2° isbotini ko'rib chiqaylik. A, B, C bir to'g'ri chiziq nuqtalari bo'lsin, harakatda ularga $A^1$, $B^1$, $C^1$ nuqtalar mos kelsin. Aniqlik uchun C nuqta A va B nuqtalar orasida yotsin deylik. U holda 1° xossaga asosan $C' \in A^1B^1$ da yotadi. Demak, $A^1$, $B^1$, $C^1$ nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi.

Nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotish xossasini kollinearlik munosabati deyiladi. Kollinearlik munosabatini saqlovchi almashtirish kollineatsiya deyiladi. Demak, tekislikdagi harakat kollineatsiyadan iborat bo'ladi.

3° Tekislikda L-harakat va ijtiyoriy d to'g'ri chiziq berigan bo'lsin. d to'g'ri chiziqda yotuvchi ikkita A va B nuqtalarni olamiz. Harakat L(A)=A', L(B)=B'.

$A^1$ va $B^1$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqni $d^1$ bilan belgilaymiz (58-chizma).




58 - чизма

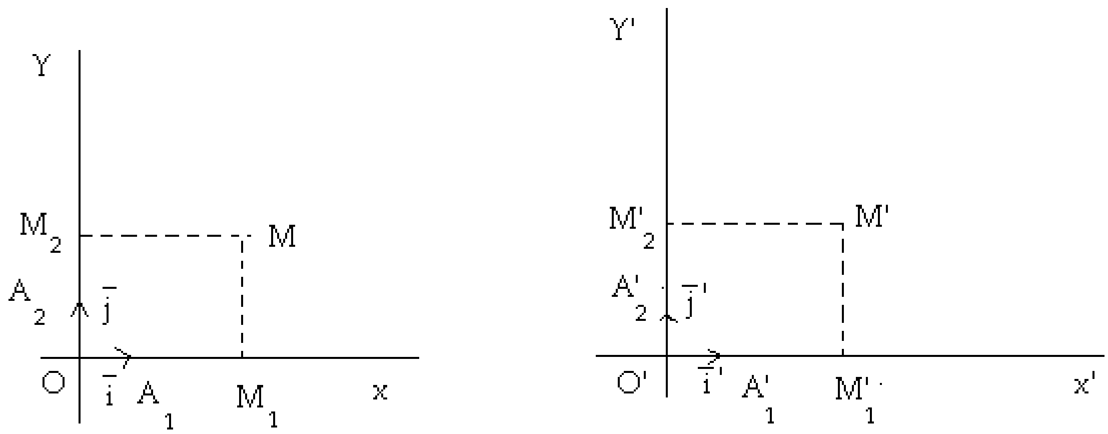
Agar M nuqta d to'g'ri chiziqqa qarashli ixtiyoriy nuqta bo'lsa, u holda 1° xossaga ko'ra $L(M)=M^1 \in d^1$.

4°-9° larni talabalar mustaqil ish sifatida o'rganiladi.

2-ta'rif. Agar ikki figuradan birini ikkinchisiga o'tkazadigan harakat mavjud bo'lsa, bu figuralar kongruent deyiladi. Bu kongruent figuralar tekislikdagi vaziyatlari bilan farq qiladi xolos.

Teorema. Tekislikdagi L harakat P to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasini, P' to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga o'tkazilsa, M'=L(M) nuqtaning P' koordinatalar sistemasidagi koordinatalari M nuqtaning P to'g'ri burchakli koordinatalar bilan bir xil bo'ladi (59-chizma).

Isbot. P(0,i,j) tekislikdagi to'g'ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasi. $L(o) = o'$, $L(A_1)=A_1^1$, $L(A_2)=A_2'$ o'tkaziladi. Yuqoridagi xossalarga asosan $O^1_1$, $A^1_1$ va $A^1_2$ nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotmaydi va $LA^1_2O^1A^1_1=90^0$. Demak P' dekart koordinatalar sistemasi.




59 - чизма

Tekislikda ixtiyoriy M nuqtasini R ga nisbatan koordinatalari x,y bo'lsin.

$$x = \frac{OM_1}{OA_1} = -\frac{M_1O}{OA_1} = -(M_1A_1O)$$

$$y = \frac{OM_2}{OA_2} = -\frac{M_2O}{OA_2} = -(M_2A_2O)$$

M' nuqtaning P' nisbatan koordinatalar uchun x',y' bo'lsin

$$x' = \frac{O'M'_1}{O'A'_1} = -\frac{M'_1O'}{O'A'_1} = -(M'_1A'_1O')$$

$$y' = \frac{O'M'_2}{O'A'_2} = -\frac{M'_2O'}{O'A'_2} = -(M'_2A'_2O')$$

(M,A,O) = ($M^1{}_1$ $A^1{}_1$ $O^1$), ($M_2A_2O$) = ($M'_2$ $A'_2$ O') tekisliklardan x=x', y = y'.