$a \cdot \sin(kx \pm l) \pm b \cdot \cos(kx \pm l) = c$ KO'RINISHIDAGI TENGLAMA. TENGLAMA YECHIMINING UMUMIY KO'RINISHI

NDKTU akademik litseyi o'qituvchilari
Davronov Faxriddin
Xasanov Shaxzod
NDKTU akademik litseyi o'quvchisi
Mansurova Malikabonu

Annotatsiya: *ushbu maqolada* $a \cdot sin(kx \pm l) \pm b \cdot cos(kx \pm l) = c$ *ko'rinishidagi kvadrat tenglamani yechishning sinx=m ko'rinishidagi soda trigonometrik tenglamaga keltrib yechish ko'rsatilgan;*

Kalit so'zlar: *tenglama, trigonometrik tenglama, sinx=m, argument, katet, gipotenuza, to'g'ri burchakli uchburchak;*

Berilgan tenglamani yechish uchun dastlab uni bir ismli funksiyaga keltirib olishimiz zarur bo'ladi. Bu ishni bir nechta bosqichda bajaramiz.

I. Berilgan tenglamaning o'ng va chap qismlarini nolga teng bo'lmagan $\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ko'paytirib olamiz, natijada quyidagi tenglama hosil bo'ladi:

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \sin(kx \pm l) \pm \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \cos(kx \pm l) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad (1)$$

II. (1) tenglamaning $kx \pm l$ argumentini t bilan almashtirib olamiz, ya'ni, $kx \pm l = t$.

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \sin t \pm \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \cos t = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad (2)$$

III. $\left(a, b, \sqrt{a^2+b^2}\right)$ uchtalik to'g'ri burchakli uchburchakning tomonlari hisoblanadi, ya'ni, a – katet, b – katet, $\sqrt{a^2+b^2}$ – gipotenuza. Agar b tomon qarshisidagi burchakni φ deb olsak, quyidagilar o'rinli bo'ladi:

$$\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sin\varphi; \quad \varphi = \arcsin\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}; \quad \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\varphi;$$

IV. Hosil bo'lgan ifodalardan foydalanib (2) tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

$$\sin t \cos\varphi \pm \sin\varphi \cos t = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad (3)$$

V. (3) ifodani $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x$ formuladan foydalanib quyidagicha yozib olishimiz mumkin:

$$\sin(t \pm \varphi) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad (4)$$

VI. (4) tenglamani yechish uchun $\sin x = m$ ko'rinishdagi eng sodda trigonometrik tenglamaning yechimidan foydalanamiz: $x = (-1)^k \cdot \arcsin m + \pi k \ (k\epsilon Z)$ (5).

Bu yerda m ning qiymatlari uchun 3 xil hol bo'lishi mumkin:

a) $m < -1$ qiymatlarda tenglama yechimga ega emas;

b) $-1 \leq m \leq 1$ qiymatlarda tenglama yechimga ega;

c) $1 < m$ qiymatlarda tenglama yechimga ega emas;

VII. (4) tenglamani (5) orqali yozadigan bo'lsak:

$$t \pm \varphi = (-1)^k \arcsin \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} + \pi k \ (k\epsilon Z)$$

t ning o'zini topib oladigan bo'lsak:

$$t = (-1)^k \arcsin \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \mp \varphi + \pi k \ (k\epsilon Z) \ (6)$$

(6) ifodadagi dastlab kiritgan belgilashlarimizni, ya'ni, $kx \pm l = t$; $\varphi = \arcsin \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ larni o'rniga qo'yib chiqamiz:

$$kx \pm l = (-1)^k \arcsin \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \mp \arcsin \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} + \pi k \ (k\epsilon Z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow kx = (-1)^k \arcsin \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \mp \arcsin \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \mp l + \pi k \ (k\epsilon Z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{k} \cdot \left((-1)^k \arcsin \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \mp \arcsin \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \mp l + \pi k \right) \ (k\epsilon Z) \ (7)$$

(7) tenglama berilgan tenglama yechimining umumiy ko'rinishi bo'ladi.

VIII. Berilgan tenglama (a, b, c) parametrlarning quyidagi qiymatlariga ko'ra turlicha ildizlarga ega bo'ladi:

a) $c < -\sqrt{a^2+b^2}$ qiymatlarda yechimga ega emas;

b) $-\sqrt{a^2+b^2} \leq c \leq \sqrt{a^2+b^2}$ qiymatlarda (7) ko'rinishidagi yechimga ega;

c) $\sqrt{a^2+b^2} < c$ qiymatlarda yechimga ega emas;

Misol: Tenglamani yeching: $3 \sin x + 4 \cos x = 4$

Tenglikning ikkala qismini $\frac{1}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{1}{5}$ ga ko'paytirib olamiz $\Rightarrow \frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x = \frac{4}{5}$; Bu tenglamadan $\sin \varphi = \frac{4}{5}$ deb belgilash kiritadigan bo'lsam: $\varphi = \arcsin \frac{4}{5}$ va $\cos \varphi = \frac{3}{5}$ natijaga ega bo'lamiz.

$$\sin x \cos \varphi + \sin \varphi \cos x = 0{,}8 \ \Rightarrow \sin(x + \varphi) = 0{,}8 \ \Rightarrow$$

$$x + \varphi = (-1)^k \arcsin 0{,}8 + \pi k \ (k\epsilon Z) \Rightarrow x = (-1)^k \arcsin 0{,}8 - \varphi + \pi k \ (k\epsilon Z)$$

Javob: $x = (-1)^k \arcsin 0{,}8 - \arcsin 0{,}8 + \pi k \ (k\epsilon Z)$

Mustaqil yechish uchun misollar:

1) $6 \sin x - 8 \cos x = 10$

2) $7\sin x + 24\cos x = 25$
3) $5\sin 3x + 12\cos 3x = 13$
4) $11\sin(x+1) + 60\cos(x+1) = 61$
5) $\sin(2x-1) + \cos(2x-1) = 0$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Abduhamidov A., Nasimov H.A. Algebra va matematik analiz asoslari. I qism, «Istiqbol», T., 2000.
2. Abduhamidov A., Nasimov H.A. Algebra va matematik analiz asoslari. II qism, «Istiqbol», T., 2000.
3. Alimov Sh.A va b. Algebra va analiz asoslari, 10-11. «O'qituvchi», T., 1996.
4. Vilenkin N.Ya. va b. Algebra va matematik analiz, 10. «O'qituvchi», T., 1992.
5. Kolmogorov A.N. va b. Algebra va analiz asoslari, 10-11. «O'qituvchi», T., 1992.