KVADRAT TENGLAMA VA UNING TURLI XIL KO'RINISHDAGI YECHIMLARI

NDKTU akademik litseyi o'qituvchilari
Davronov Faxriddin
Bahriddinov Lazizbek
NDKTU akademik litseyi o'quvchisi
Bobomirzayev Ramazon

Annotatsiya: *ushbu maqolada* $ax^2 + bx + c = 0$ *tenglamaning bir necha xil yechilish usullari ko'rsatilgan va yechish uchun tavsiyalar berilgan;*

Kalit so'zlar: *tenglama, kvadrat tenglama, keltirilgan kvadrat tenglama, Viyet, ildiz, diskriminant;*

$$ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0) \ (1)$$

(1) ko'rinishidagi tenglama kvadrat tenglama deyiladi. (1) tenglamaning ildizlarini topishning bir necha usulini ko'rib o'tsak:

I usul. (1) tenglamani har ikkala qismini a ga bo'lib quyidagicha ko'rinishga keltrib olamiz:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \ (2)$$

(2) ifodani soddaroq ko'rinishga keltirib olish uchun $p = \frac{b}{a}$ va $q = \frac{c}{a}$ belgilashlar kiritib olsak:

$$x^2 + px + q = 0 \ (3)$$

(3) ko'rinishidagi tenglama keltirilgan kvadrat tenglama deyiladi. (3) ifodadagi px hadni yo'qotish uchun $x = t - \frac{p}{2}$ belgilash kiritamiz:

$$\left(t - \frac{p}{2}\right)^2 + p\left(t - \frac{p}{2}\right) + q = 0 \ (4)$$

(4) ni soddalshtirib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$t^2 = \frac{p^2}{4} - q \ (5)$$

(5) tenglamaning ildizlarini yozib olamiz: $t_1 = \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ va $t_2 = -\sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$. $x = t - \frac{p}{2}$ ni e'tiborga olib (3) tenglamaning ildizlarini yozib olamiz:

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{p^2}{4} - q} - \frac{p}{2} \ (6)$$

Bu yerda $p = \frac{b}{a}$ va $q = \frac{c}{a}$. (6) ifodadan foydalanib $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$ (7) natijaga ham ega bo'lamiz.

II usul. (7) natjada foydalanib $x_1 + x_2 = -p$ ifodaning ikkala qismini kvadratga oshirsak:

$$x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = p^2 \ (8)$$

(8) ifodaning ikkala qismidan $4x_1x_2$ ayirib yuborib quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = p^2 - 4x_1x_2 \ \Rightarrow \ (x_1 - x_2)^2 = p^2 - 4q \ (9)$$

(9) ifodadan $x_1 - x_2 = \pm\sqrt{p^2 - 4q}$ ga ega bo'lamiz, bundan $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 - x_2 = \pm\sqrt{p^2 - 4q} \end{cases}$ tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi. Tenglamalar sistemasini yechib quyidagi natijaga erishamiz: $x_1 = \pm\sqrt{\frac{p^2}{4} - q} - \frac{p}{2}$ va $x_2 = \mp\sqrt{\frac{p^2}{4} - q} - \frac{p}{2}$. Bu ikkala ildizni umumlashtirib $(x_1;\ x_2) = \left(\sqrt{\frac{p^2}{4} - q} - \frac{p}{2};\ -\sqrt{\frac{p^2}{4} - q} - \frac{p}{2}\right)$ ga ega bo'lamiz.

III usul. $x_2 - \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{x_1+x_2}{2} - x_1 = t$ tenglik kiritib olamiz:

$$\begin{cases} x_2 = \dfrac{x_1 + x_2}{2} - t \\ x_2 = \dfrac{x_1 + x_2}{2} + t \end{cases} \ (10)$$

(10) ifodani yozib olamiz va bir-biriga ko'paytirib yuborsak:

$$x_1x_2 = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 - t^2 \ (11)$$

(7) natijadan foydalanib (11) ni quyidagicha ko'rinishga keltiramiz:

$$t^2 = \frac{p^2}{4} - q \ (12)$$

(12) dan $t = \pm\sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ ni topib olib (10) ifodaga olib borib qo'ysak II usulga o'xshash bo'ladi.

Misol: $3x^2 + 10x + 3 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish: Bu tenglamani yechish uchun avval keltirilgan kvadrat tenglamaga keltirib olamiz.

$$x^2 + \frac{10}{3}x + 1 = 0 \ (1)$$

$p = \frac{10}{3}$ va $q = 1$ ni topib olamiz. $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{\left(\frac{10}{3}\right)^2}{4} - 1} - \frac{\frac{10}{3}}{2} = \pm\sqrt{\frac{100}{36} - 1} - \frac{10}{6}$

$x_1 = -\frac{1}{3}$ va $x_1 = -3$

Mustaqil yechish uchun misollar:

1) $1998x^2 + 2000x + 2 = 0$
2) $3x^2 + 5x + 1 = 0$
3) $2x^2 + 20x = 60$
4) $x^2 + 2x - 3 = 0$
5) $10x^2 + 9x = 8$
6) $x^2 - 9x + 8 = 0$
7) $x^2 - x - 1 = 0$
8) $x^2 + x - 1 = 0$
9) $x^2 - 90 = 0$
10) $x^2 - x = 0$
11) $x^2 + 10x + 25 = 0$
12) $9x^2 + 10x - 1 = 0$
13) $x^2 + 2024x + 2023 = 0$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Abduhamidov A., Nasimov H.A. Algebra va matematik analiz asoslari. I qism, «Istiqbol», T., 2000.

2. Abduhamidov A., Nasimov H.A. Algebra va matematik analiz asoslari. II qism, «Istiqbol», T., 2000.

3. Alimov Sh.A va b. Algebra va analiz asoslari, 10-11. «O'qituvchi», T., 1996.

4. Vilenkin N.Ya. va b. Algebra va matematik analiz, 10. «O'qituvchi», T., 1992.

5. Kolmogorov A.N. va b. Algebra va analiz asoslari, 10-11. «O'qituvchi», T., 1992.