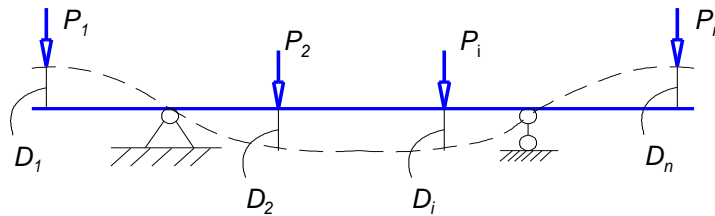


## ТЕОРЕМЫ ПРИМЕНЯЕМЫЕ В СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ

**Куйчиев Одил Рахимович***кандидат технических наук, доцент***Жуланов Исак Одилович***старший преподаватель***Ахмедов Алишер Тоирович***старший преподаватель, Джизакский политехнический институт*

Понятие о действительной и возможной работе. **Работа силы на соответствующем этой силе действительном перемещении, вызываемом той же силой, называется действительной работой.**

Рассмотрим упругую систему, находящуюся под воздействием системы сил  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , которые вызовут ее деформации и перемещение точек  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$  (рис.1).



**Рис. 1. Упругая система, находящаяся под воздействием системы сил.**

Эти перемещения представляют собой проекции истинных перемещений соответствующих точек на линии действия нагрузок.

Будем считать, что все заданные силы прикладываются статически, т.е. их значения нарастают от нуля до максимальных значений настолько медленно, что они не вызывают ускорений точек системы, а значит и инерционных сил. В условиях идеальной упругости работа этой системы сил не зависит от порядка приложения нагрузок и определяется только их окончательными значениями. Будем считать, что все нагрузки  $P_n$  изменяются пропорционально одному параметру и соотношение между ними не меняется. Тогда действительная работа на соответствующем перемещении может быть определена по теореме Клайперона:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n P_i \Delta_i \quad . \quad (1)$$

Работа силы на соответствующем перемещении, но вызываемом иной силой или другими факторами, называется возможной или виртуальной работой.

Возможная работа определяется по формуле:

$$A' = \sum_{i=1}^n P_i \Delta_{i n} \quad , \quad (2)$$

где  $\Delta_{i n}$  – перемещение точки приложения «*i*»-той силы, вызванное силой «*n*».

Теорема о взаимности возможных работ (теорема Бетти). Рассмотрим идеально-упругую и линейно деформируемую систему. Сначала загрузим систему силой  $P_1$ , при этом точка приложения первой силы получает действительное перемещение  $\Delta_{11}$  и совершается действительная работа  $A_{11}^{(1)} = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11}$  (рис. 2 а). Затем загружаем систему второй силой  $P_2$ . Точка приложения первой силы получает перемещение  $\Delta_{12}$ , вызванное второй силой и совершается возможная работа  $A_{12}^{(1)} = P_1 \Delta_{12}$ . Точка приложения второй силы получает перемещение  $\Delta_{22}$ , вызванное второй силой, совершается действительная работа  $A_{22}^{(1)} = \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22}$ . Изменим порядок загрузки. Сначала систему загрузим второй силой, подсчитаем работу, затем первой силой. Полученную работу будем обозначать с индексом «(2)» (рис. 2 б).

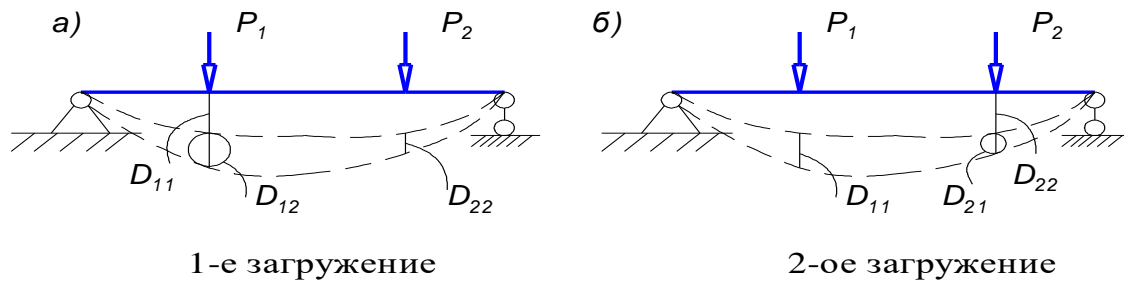


Рис. 1 2

Рис. 2. Упругая система, находящаяся под воздействием двух сил.

Действительная работа второй силы на перемещении точки приложения второй силы, вызванном второй силой:  $A_{22}^{(2)} = \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22}$ . Возможная работа второй силы на перемещении точки приложения второй силы, вызванном первой силой  $A_{21}^{(2)} = P_2 \Delta_{21}$ . Действительная работа первой силы на перемещении точки приложения первой силы, вызванном первой силой  $A_{11}^{(2)} = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11}$ . Так как в условиях идеальной упругости работа внешних сил зависит лишь от начального и конечного положения, то изменение порядка приложения нагрузки не будет менять работы внешних сил, поэтому можно записать:

$$A_{11}^{(1)} + A_{12}^{(1)} + A_{22}^{(1)} = A_{11}^{(2)} + A_{21}^{(2)} + A_{22}^{(2)}$$

$$\frac{1}{2} P_1 \Delta_{11} + P_1 \Delta_{12} + \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22} = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11} + P_2 \Delta_{21} + \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22}$$

$$P_2 \Delta_{12} = P_1 \Delta_{21}$$

Распространяя сделанный вывод на группу сил, получим теорему Бетти о взаимности возможных работ:

$$A'_{ij} = A'_{ji},$$

т.е. возможная работа первой группы сил на перемещениях, вызванных второй группой сил, равна возможной работе второй группы сил на перемещениях, вызванных первой группой сил.

Теорема о взаимности удельных перемещений. (теорема Максвелла). Пусть в первой группе сил действует одна сила –  $P_i$ , во второй – одна сила  $P_j$ , тогда согласно теореме Бетти:

$$A'_{ij} = A'_{ji},$$

$$P_i \Delta_{ij} = P_j \Delta_{ji}.$$

Используя принцип пропорциональности:

$$\Delta_{ij} = \delta_{ij} \cdot P_j,$$

$$\Delta_{ji} = \delta_{ji} \cdot P_i,$$

где  $\delta_{ij}$  - удельное перемещение точки приложения силы  $P_i$  по ее направлению от действия силы  $P_j = 1$ ;

$\delta_{ji}$  - удельное перемещение точки приложения силы  $P_j$  по ее направлению от действия силы  $P_i = 1$ . Тогда из теоремы Бетти

$$\delta_{ij} P_j P_i = \delta_{ji} P_j P_i.$$

После сокращений будем иметь

$$\delta_{ij} = \delta_{ji}.$$

Теорема Максвелла: удельное перемещение точки приложения силы  $P_i$  по ее направлению от силы  $P_j = 1$  равно удельному перемещению точки приложения силы  $P_j$  по ее направлению от действия силы  $P_i = 1$ .

Теорема о взаимности удельных реакций (первая теорема Рэлея). Рассмотрим упругую систему в двух состояниях. В первом случае кинематическим воздействием является единичный угол поворота связи  $i$  (рис.1.3 а), во втором – единичное линейное смещение связи  $j$  (рис.1.3 б).

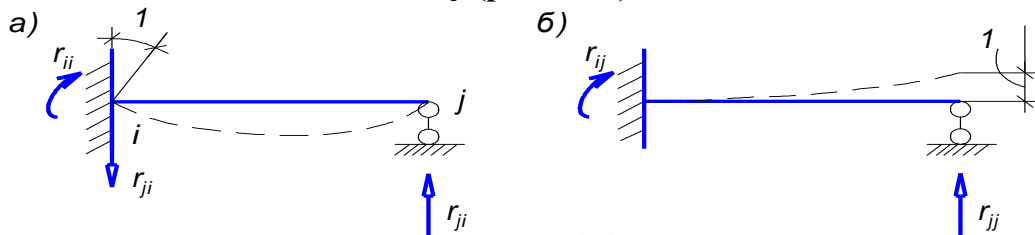


Рис. 3. Упругая система, находящаяся в двух состояниях.

Примем силы первого состояния за первую группу сил, а силы второго состояния за вторую группу. Тогда, на основании теоремы Бетти:

$$r_{ii} \cdot 0 + r_{ji} \cdot 1 = r_{ij} \cdot 1 + r_{jj} \cdot 0,$$

$$r_{ji} = r_{ij}.$$

Получили теорему о взаимности удельных реакций:

удельная реакция связи « $i$ », вызванная единичным смещением связи « $j$ », равна удельной реакции связи « $j$ », вызванной единичным смещением связи « $i$ ».

Теорема о взаимности удельных реакций и удельных перемещений (вторая теорема Рэлея). Рассмотрим упругую систему при статическом и кинематическом воздействиях. В первом состоянии кинематическим воздействием является единичный угол поворота связи « $i$ » (рис.1.4 а), во втором состоянии статическим воздействием является единичная сила  $P_j = 1$ . По теореме Бетти

$$A_{ki} = A_{ik}$$

$$r_{ii} \cdot 0 + r_{ki} \cdot 0 = r_{ij} \cdot 1 + P_j \cdot \delta_{ji} + r_{kj} \cdot 0.$$

Получим теорему о взаимности удельных реакций и удельных перемещений:

$$r_{ij} = -\delta_{ji}.$$

Удельная реакция связи « $i$ », вызванная единичной силой  $P_j = 1$ , равна с обратным знаком удельному перемещению точки приложения силы  $P_j$ , вызванному единичным смещением связи « $i$ ».

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Киселев, В.А. Строительная механика [Текст]/В.А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.
2. Строительная механика [Текст]/ А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лащенников, Н.Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1981. – 511 с.
3. Дарков, А.В. Строительная механика [Текст]/ А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высшая школа, 1986.– 607 с.
4. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики [Текст]/Под ред. Г.К. Клейна. – М.: Высшая школа, 1973. – 360 с.
5. Строительная механика в примерах и задачах [Текст]/ Под ред. В.А. Киселева.– М.: Стройиздат, 1968. – 386 с.
6. Ахмедов А.Т. Қишлоқ хўжалигида культиваторларнинг урни //Экономика и социум. – №2(105)2023. – С. 33-36.
7. Narbekov N. N., Parmanov N. N., Qabilov B. U. MODULLI-KOMPETENTLI YONDOSHUV ASOSIDA BO 'LAJAK MUHANDISLARNI INNOVATSION FAOLIYATGA BOSQICHMA-BOSQICH TAYYORLASH //SCIENTIFIC APPROACH TO THE MODERN EDUCATION SYSTEM. – 2024. – Т. 2. – №. 21. – С. 178-180.
8. Narbekov N. N., Parmanov N. N., Qabilov B. U. TEXNIKA OTM LARI TALABALARINI INNOVATSION MUHANDISLIK FAOLIYATGA TAYYORLASHDA METODOLOGIK YONDASHUVLAR //SUSTAINABILITY OF EDUCATION, SOCIO-ECONOMIC SCIENCE THEORY. – 2024. – Т. 2. – №. 14. – С. 132-134.
9. Narbekov N. N. PREPARING STUDENTS FOR INNOVATIVE ENGINEERING ACTIVITIES AS A PEDAGOGICAL PROBLEM //ПРОРЫВНЫЕ НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КАК ДВИГАТЕЛЬ НАУКИ: сборник статей

- Международной научно-практической конференции (12 февраля 2022 г, г. Калуга).- Уфа: OMEGA. – 2022. – С. 15.
10. Narbekov N. N., Nizomov S., Burxonov R. R. Darslarda ma'naviy-axloqiy tarbiya berish o'quvchilarning jamiyat oldidagi ma'suliyatlarini shakllantirish omili //Научное знание современности. – 2020. – №. 2. – С. 44-47.
11. Narmatovich N. N. Methodology Of Training Engineers For Professional Activity On The Basis Of Module-Competent Approach //湖南大学学报 (自然科学版). – 2021. – Т. 48. – №. 12.
12. Xudayberdiev A. A. et al. YERGA ISHLOV BERISH USULI //Экономика и социум. – 2023. – №. 6-1 (109). – С. 532-535.
13. Нарбеков Н. Н. Модульно-компетентностный подход в современном высшем образовании //Universum: технические науки. – 2022. – №. 1-1 (94). – С. 10-12.
14. Игамбердиев Х. Х., Нарбеков Н. Н. ПУТИ РАЗВИТИИ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КОМПЕТЕНЦИИ БУДУЩИХ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ //Universum: технические науки. – 2021. – №. 5-1 (86). – С. 32-34.
15. Игамбердиев Х. Х., Нарбеков Н. Н. ПРОБЛЕМЫ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКЕ И ИХ ТЕОРЕТИЧЕСКО-ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ //вопросы технических и физико-математических наук в свете современных исследований. – 2019. – С. 28-33.
16. Нарбеков Н. Н. ИННОВАЦИОННАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ И ЕЕ СТРУКТУРА //Развитие системы знаний как ключевое условие научного прогресса. – 2022. – С. 174-178.
17. Игамбердиев Х. Х., Нарбеков Н. Н. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА ПРЕПОДАВАТЕЛЯ //ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ И ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ. – 2021. – С. 31-33.
18. Нарбеков Н. Н., Игамбердиев Д. Х., Ботиров Б. Ф. ПАРАДИГМА В ФОРМИРОВАНИЕ И РЕШЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАДАЧ //Передовые инновационные разработки. Перспективы и опыт использования, проблемы внедрения в производство. – 2019. – С. 61-63.
19. Игамбердиев Х. Х., Нарбеков Н. Н. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЕ ОТРЫВА ЛИСТЬЕВ И КОРОБОЧЕК ЗЕЛЕНЦОВОГО КЕНАФА //ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НАУКИ И ОБЩЕСТВА-ПУТЬ К МОДЕРНИЗАЦИИ И ИННОВАЦИОННОМУ РАЗВИТИЮ. – 2020. – С. 84-88.
20. ГАППАРОВ Б. Н., НАРБЕКОВ Н. Н. ПЕДАГОГИКА КАК ОСНОВНОЙ ИСТОЧНИК НОВЫХ ИДЕЙ И РУКОВОДЯЩИХ ПРИНЦИПОВ В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ //Общество. – 2020. – №. 1. – С. 71-73.
21. Бултаков Т. и др. МАЛОГАБАРИТНЫЕ УЧЕБНО-ЛАБОРАТОРНЫЕ УСТАНОВКИ-ВАЖНЫЙ ФАКТОР АКТИВИЗАЦИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ //Передовые научно-технические и социально-гуманитарные проекты в современной науке. – 2018. – С. 80-82.



22. Игамбердиев Х. Х., Нарбеков Н. Н. ПРОБЛЕМЫ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЕ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ И ИХ ТЕОРЕТИЧЕСКО-ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ //ББК 22+ 30 В74 Председатель редакционной коллегии. – С. 28.