

FUNKSIYANING QAVARIQLIGI VA BOTIQLIGIDAN KELIB CHIQUADIGAN BA'ZI NATIJALAR.

To'raxonov Islombek Farhodovich
Urganch davlat universiteti o'qituvchisi

Annotatsiya: *Mazkur maqolada funksiyaning qavariqligi va botiqligi haqida ma'lumot berilgan. Bu maqola orqali funksiyaning qavariqligi va botiqligiga doir ba'zi masalalarni oson hisoblash mumkin.*

Kalit so'zlar: *qavariq funksiya, botiq funksiya, qat'iy qavariq, qat'iy botiq.*

Аннотация: *В этой статье представлена информация о выпуклости и вогнутости функции. С помощью этой статьи можно легко вычислить некоторые проблемы выпуклости и вогнутости функции.*

Ключевые слова: *выпуклая функция, вогнутая функция, строго выпуклая, строго вогнутая.*

Abstract: *This article provides information about the convexity and concavity of a function. With the help of this article, you can easily calculate some problems of convexity and concavity of a function.*

Keywords: *convex function, concave function, strictly convex, strictly concave*

KIRISH

Ushbu maqolada funksiyaning qavariq va botiqligiga doir ba'zi murakkab misollarni yechishni o'rganamiz. O'ylaymizki, ushbu maqola har bir yosh matematik uchun foydali bo'ladi.

Funksiya qavariqligi va botiqligi orqali funksiyaning egilish nuqtalarini topish mumkin. Funksiya grafigining asimptotalarini topishda ham funksiyaning qavariqligi va botiqligidan foydalaniladi.

Funksiya qavariqligi va botiqligi tushunchasi. $f(x)$ funksiya (a, b) da berilgan bo'lib, $x_1 < x_2$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy $x_1, x_2 \in (a, b)$ lar berilgan bo'lsin. Ma'lumki, $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))$ nuqtalar orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi quyidagi

$$l(x) = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(x_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(x_2)$$

ko'rinishga ega.

Agar ixtiyoriy $x_1, x_2 \in (a, b)$ da " $x \in (x_1, x_2)$ " uchun

$$f(x) \geq l(x) \quad (f(x) > l(x))$$

bo'lsa, $f(x)$ funksiya (a, b) da **qavariq (qat'iy qavariq)** deyiladi.

Agar ixtiyoriy $x_1, x_2 \in (a, b)$ da " $x \in (x_1, x_2)$ " uchun

$$f(x) \leq l(x) \quad (f(x) < l(x))$$

bo'lsa, $f(x)$ funksiya (a,b) da **botiq (qat'iy botiq)** deyiladi.

Agar $p_1 = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} > 0$ va $p_2 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} > 0$ belgilasak, hamda $p_1 + p_2 = 1$

ekanligini e'tiborga olsak, $f(x)$ funksiyani biror (a,b) oraliqda qavariq yoki botiqligi ta'rifni quyidagicha ham berish mumkin:

Agar $f(x)$ funksiya uchun $f(p_1x_1 + p_2x_2) \geq p_1f(x_1) + p_2f(x_2)$ tengsizlik ixtiyoriy $x_1, x_2 \in (a,b), p_1 \in [0,1], p_2 \in [0,1], p_1 + p_2 = 1$ sonlarda bajarilsa u holda $f(x)$ funksiya (a,b) oraliqda **qavariq deyiladi**.

Agar $f(x)$ funksiya uchun $f(p_1x_1 + p_2x_2) \leq p_1f(x_1) + p_2f(x_2)$ tengsizlik ixtiyoriy $x_1, x_2 \in (a,b), p_1 \in [0,1], p_2 \in [0,1], p_1 + p_2 = 1$ sonlarda bajarilsa u holda $f(x)$ funksiya (a,b) oraliqda **botiq deyiladi**.

Teorema: Agar $f''(x) < 0, x \in (a,b)$ bo'lsa, ixtiyoriy $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a,b)$ va $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ tenglini qanoatlantiruvchi ixtiyoriy $p_1 \in [0,1], p_2 \in [0,1], \dots, p_n \in [0,1]$ sonlar uchun ushbu

$$f(p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n) \geq p_1f(x_1) + p_2f(x_2) + \dots + p_nf(x_n) \quad (1)$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

NAMUNAVIY MISOLLAR:

1. Ixtiyoriy nomanfiy a_1, a_2, \dots, a_n sonlar uchun quyidagi tengsizlikni isbotlang:

$$(1 + a_1)(1 + a_2) \dots (1 + a_n) \geq (1 + \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n})^n$$

2. Agar a, b, g - burchaklar ixtiyoriy uchburchakning burchaklari bo'lsa, u

holda $\sin a + \sin b + \sin g \geq \frac{3\sqrt{3}}{2}$ bo'lishini isbotlang.

3. Agar $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ bo'lsa, $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+d} + \frac{c}{d+a} + \frac{d}{a+b} > 2$ tengsizlik o'rinli bo'lishini isbotlang.

4. Agar

$$a_1 > 0, a_2 > 0, \dots, a_n > 0 \text{ bo'lsa, } \frac{a_1}{a_2+a_3} + \frac{a_2}{a_3+a_4} + \dots + \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}+a_n} + \frac{a_{n-1}}{a_n+a_1} + \frac{a_n}{a_1+a_2} > \frac{n}{2} \text{ bo'lsa,}$$

tengsizlikni isbotlang.

5. Agar $a > 0, b > 0, c > 0$ bo'lsa, $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$ tengsizlikni isbotlang.



FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR (REFERENCES)

1. Худойберганов Г., Ворисов А., Мансуров Х., Шоимкулов Б., Математик анализдан маърузалар. I, II қисм, Тошкент 2010 йил.
2. Азларов Т.А., Мансуров Х.Т., Математик анализ, 1,2 қ, Т. «Ўқитувчи» 1994, 1995.
3. В.П.Демидович Сборник задач по математическому анализу. М.»Наука» 1990.
4. Садуллаев А, Мансуров Х.Т., Худойберганов Г., Ворисов А.К., Гуломов Р. Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами. 1,2 қ.Т. «Ўқитувчи» 1993, 1995.
5. Шоимкулов Б.А., Туйчиев Т.Т., Джумабоев Д.Х. «Математик анализдан мустақил ишлари», 2008й.