CHEKLI O'LCHAMLI VEKTOR FAZOLARDA AYRIM CHIZIQLI OPERATORLARNING HARAKTERIZATSIYASI

Arzikulov Farhodjon Nematjonivich
V.I. Romanovskiy nomidagi matematika instituti bosh ilmiy hodimi,
Ubaydullayeva Maftuna Anvarjon qizi
Namangan davlat universiteti magistranti

Ushbu maqoladagi asosiy maqsadimiz chekli o'lchamli vektor fazoda 2-lokal chiziqli operatorni aniqlovchi chiziqli operatorlarning matritsalariumumiy ko'rinishi qanday bo'lganda ushbu 2-lokal chiziqli operatorlarning chiziqli operator bo'lishligini aniqlash . Banax algebralari nazariyasiga fundamental hissa bo'lgan Glison-Kahane-Zelazko teoremasi [1], [2] shuni ta'kidlaydiki, A kompleks birlik elementli Banach algebrasidagi har bir unital chiziqli funksional F, qaysiki A dagi har bir a uchun $F(a)$ qiymat a ning $\sigma(a)$ spektriga tegishli bo'lgan, multiplikativdir.

Zamonaviy terminologiyada bu quyidagi shartga ekvivalentdir: A birlik elementli kompleksi Banax algebrasini $\mathbf{C}$ kompleks sonlar maydoniga akslantiruvchi har bir unital chiziqli lokal gomomorfizm multiplikativdir. Eslatib o'tamiz, A Banax algebrasini B Banach algebrasiga akslantiruvchi T chiziqli akslantirish uchun, agar A dagi har bir a uchun shunday $\Phi_a: A \to B$ gomomorfizm mavjud bo'lsaki $T(a) = \Phi_a(a)$ shart bajarilsa, u holda T lokal gomomorfizm deyiladi.

Keyinchalik S. Kovalski va Z. Slodkowski [3] Banax algebralarida multiplikativ chiziqli funksionallarning yana bir xarakteristikasini beradi. Ular (umuman olganda kommutativ yoki unital bo'lmagan) A kompleks Banax algebrasini $\mathbf{C}$ kompleks sonlar maydoniga akslantiruvchi har bir T 2-lokal gomomorfizmi chiziqli va multiplikativ ekanligini isbotlaydilar. Natijada, A ni kommutativ C^*-algebraga akslantiruvchi har bir (chiziqli bo'lishi shart bo'lmagan) T 2-lokal gomomorfizm chiziqli va multiplikativligi kelib chiqadi.

Operator algebralarida differensiallashlarning tavsifini berish uchun shunga o'xshash tushuncha kiritilgan va o'rganilgan. Aynan, 2-lokal differensiallash tushunchasini P. Shemrl 1997-yilda o'zining [4] maqolasida kiritgan. P. Shemrl cheksiz o'lchamli separabel H Gilbert fazosidagi barcha chegaralangan chiziqli operatorlar $B(H)$ algebrasida 2-lokal differensiallash differensiallash ekanligini isbotlagan.

Shundan so'ng bir qancha maqolalar har xil turdagi halqalar, algebralar, Banax algebralari va Banax fazolaridagi 2-lokal akslantirishlarni tavsiflashga bag'ishlandi.

Ushbu maqolada biz chekli o'lchamli vektor fazolarda ayrim 2-lokal chiziqli operatorlar fazolarini tavsifladik. Eslatib o'tamiz, 2-lokal chiziqli operator quyidagicha aniqlanadi: A vektor fazosi berilgan bo’lsin, umuman olganda chiziqli bo’lishi shart bo’lmagan $\Delta\colon A\to A$ akslantirish ushun, agar A dan olingan har bir $x,y\in A$ juftlik uchun shunday $T_{x,y}\colon A\to A$ chiziqli operator mavjud bo‘lsaki, $\Delta(x)=T_{x,y}(x)$, $\Delta(y)=T_{x,y}(y)$ shartlar bajarilsa, u holda Δ 2-lokal chiziqli operator deb ataladi.

Aytaylik $\mathbf{R}^3$ – 3 o’lchamli arifmetik vektor fazo, $\{e_1,e_2,e_3\}$ – uning bazisi bo’lsin. Δ_1 2-lokal chiziqli operatorni aniqlovchi ixtiyoriy chiziqli operator matritsasining umumiy ko’rinishini quyidagicha olamiz:

$$L^1(x)=(2\alpha x_1+\beta x_2)e_1+(\alpha x_2+2\beta x_3)e_2=\begin{pmatrix}2\alpha x_1+\beta x_2\\ \alpha x_2+2\beta x_3\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\alpha & \beta & 0\\ 0 & \alpha & 2\beta\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}.$$

bu yerda $x=x_1e_1+x_2e_2+x_3e_3$. Boshqacha qilib aytsak, $\mathbf{R}^3$ arifmetik vektor fazosidan olingan har bir $x,y\in A$ juftlik uchun yuqoridagi ko’rinishdagi shunday $L^1_{x,y}\colon A\to A$ chiziqli operator mavjud bo‘lsinki, $\Delta(x)=L^1_{x,y}(x)$, $\Delta(y)=L^1_{x,y}(y)$ shartlar bajarilsin. U holda, ushbu ko’rinishdagi, yani shunday aniqlangan barcha 2-lokal chiziqli operatorlar toplami vektor fazo tashkil qiladi. Ushbu vektor fazoni $L(L^1)$ orqali belgilaylik.

Shunga o’xshash, quyidagi ko’rinishdagi matritsaga ega chiziqli operatorlar yordamida aniqlangan Δ_2 2-lokal chiziqli operatorni qaraymiz

$$L^2(x)=(\tfrac{1}{2}\alpha x_1-3\beta x_2)e_1+(5\alpha x_2+\beta x_3)e_3=$$
$$\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\alpha x_1+\beta x_2\\ 0\\ 5\alpha x_2+\beta x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\alpha & -3\beta & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 5\alpha & \beta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}.$$

bu yerda $x=x_1e_1+x_2e_2+x_3e_3$. Boshqacha qilib aytsak, $\mathbf{R}^3$ arifmetik vektor fazosidan olingan har bir $x,y\in A$ juftlik uchun yuqoridagi ko’rinishdagi shunday $L^2_{x,y}\colon A\to A$ chiziqli operator mavjud bo‘lsinki, $\Delta(x)=L^2_{x,y}(x)$, $\Delta(y)=L^2_{x,y}(y)$ shartlar bajarilsin.

U holda, ushbu ko’rinishdagi, yani shunday aniqlangan barcha 2-lokal chiziqli operatorlar toplami vektor fazo tashkil qiladi. Ushbu vektor fazoni $L(L^2)$ orqali belgilaylik. Berilgan maqolada quyidagi teorema isbotlangan.

Teorema 1. $L(L^1)$ hamda $L(L^2)$ vektor fazolarga tegishli har bir 2-lokal chiziqli operator chiziqli operator bo’ladi.

ADABIYOTLAR:

1. A. Gleason. A characterization of maximal ideals. J. Analyse Math. 19, 171-172 (1967).

2. J. Kahane, W. Zelazko. A characterization of maximal ideals in commutative Banach algebras. Studia Math. 29, 339-343 (1968).

3. S. Kowalski, Z. Slodkowski. A characterization of multiplicative linear functionals in Banach algebras. Studia Math. 67 (1980) 215-223

4. P. Shemrl. Local automorphisms and derivations on $B(H)$. Proc. Amer. Math. Soc. 125 (1997) 2677-2680.