МИНИСТЕРСТВО ОБОРОНЫ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН ФЕРГАНСКИЙ ВОЕННО-АКАДЕМИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ «ТЕМУРБЕКЛАР МАКТАБИ»

Методы И Способы Решения Олимпиадных Задач По Математике

Турдиева Комила Обидовна
учитель математики Ферганского
военно-академического лицея
«Темурбеклар мактаби»

Аннотация: *В статье рассмотрены различные способы решения олимпиадных задач, с которыми могут столкнуться учащиеся.*

В представленной статье содержаться теоритические сведения справочного характера, методы и способы решения олимпиадных задач.

Ключевые слова: *способырешения олимпиадных задач, цель олимпиады.*

Сейчас во всем мире проводят олимпиады по математике и необходимо знать какими методами решать задачи. Олимпиадные задачи отличаются тем, что имеют нестандартный ход решения. Цель создания олимпиадных задач по математике —это воспитание в будущих математиках важные качества как нестандартное мышление, умение изучить стоящую перед ними проблему с разных сторон, формирование творческого подхода.

Олимпиадные задачи по математике имеют свои нестандартные способы решения.

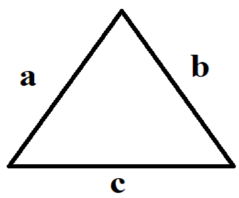
Способ решения—это алгоритм действий, которые необходимы для решения.

Способы решения олимпиадных задач: тождественные преобразования, делимость, связь геометрических и алгебраических интерпретаций, переход к новым переменным, способ индукции, способ оценки, сведение к квадратному уравнению и другие частные случаи.

Рассмотрим сдующие олимпиадные задачи:

№1. В треугольнике ABC стороны a, b, c ($a< b < c$)образуют арифметическую прогрессию. Известно, что , где R и r—соответсвенно радиусы описанной и вписанной окружностей. Найти наименьшую целую тройку (a, b, c).

Решение:



$a < b < c$, $R \cdot r = 130$

a=x, b=x+y, c=x+2y

$R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{2S}{a+b+c}$

$R \cdot r = \frac{abc}{4S} \cdot \frac{2S}{a+b+c} = 130$, $\frac{abc}{a+b+c} = 260$

$\frac{x(x+y)(x+2y)}{x+x+y+x+2y} = 260$, $\frac{x(x+y)(x+2y)}{3(x+y)} = 260$

$x(x+2y) = 780 \ \rightarrow \{10; 78\}$,?

$\{20; 39\}$, ?

$\{60; 13\}$, ?

$\{26; 30\}$ V

x=26, y=2

Ответ: a=26, b=28, c=30.

№2. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 5(x^4 + y^4) = 17(x^2 + y^2) \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$$

Решение: $x^4 + y^4 = (x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2$

$5((x^2+y^2)^2 - 2x^2y^2) = 17(x^2+y^2)$

$x^2+y^2 = 7 - xy$

$5((7-xy)^2 - 2x^2y^2) = 17(7-xy)$

$5(49 - 14xy + x^2y^2 - 2x^2y^2) = 17 \cdot 7 - 17xy$

$5x^2y^2 + 53xy - 126 = 0$

$5a^2 + 53a - 126 = 0$ $a_1 = 2$, $a_2 = -12{,}6$

$xy = 2$, $x = \frac{2}{y}$

$$\frac{4}{y^2} + 2 + y^2 = 7$$

$\frac{4}{y^2} + y^2 = 5$

$y = \pm 1$, $x = \pm 2$

Ответ: (2;1), (-2;-1), (1;2), (-1;-2).

№3. Решить в натуральных числах уравнение $x^3 - 8y^3 = 19$.

Решение: разложим на множители $x^3 - 8y^3$.

$x^3 - 8y^3 = (x-2y)(x^2+2xy+4y^2) = 19$

Так как число 19 является простым числом, делители этого числа 1 и 19.

В таком случаи

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x^2 + 2xy + 4y^2 = 19 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y = 19 \\ x^2 + 2xy + 4y^2 = 1 \end{cases} \emptyset$$

Корни уравнения являются натуральными числами, вторая система не имеет натуральных решений.

С помощью подстановки решаем первую систему уравнений

$$x=1+2y$$

$$(1+2y)^2+2y(1+2y)+4y^2=19$$

$$1+4y+4y^2+2y+4y^2+4y^2=19$$

$$12y^2+6y-18=0\ /:6$$

$$2y^2+y-3=0$$

$$y_1=1,\quad y_2=-\frac{3}{2}\varnothing$$

$$x_1=3$$

Ответ: {3; 1}

№4. Доказать неравенство $a^4+b^4+c^4 \geq abc(a+b+c)$ **, где** $a, b, c>0$.

Решение: применяем неравенство Коши

$$\begin{cases} a^4+b^4 \geq 2\sqrt{a^4b^4}=2a^2b^2 \\ a^4+c^4 \geq 2\sqrt{a^4c^4}=2a^2c^2 \\ b^4+c^4 \geq 2\sqrt{b^4c^4}=2b^2c^2 \end{cases}$$

$$2a^4+2b^4+2c^4 \geq 2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)$$

$$a^4+b^4+c^4 \geq a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2$$

Применяем неравенство Коши во второй раз для правой части неравенства

$$a^2b^2+a^2c^2 \geq 2\sqrt{a^2b^2a^2c^2}=2a^2bc$$

$$a^2b^2+b^2c^2 \geq 2\sqrt{a^2b^2b^2c^2}=2a^2bc$$

$$a^2c^2+b^2c^2 \geq 2\sqrt{a^2b^2c^2c^2}=2abc^2$$

$$2(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2) \geq 2(a^2bc+a^2bc+abc^2)$$

$$a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2 \geq abc(a+b+c) \text{неравенство доказано}$$

Таким образом, существует большое количество способов, при помощи которых можно успешно решать различной сложности олимпиадные задачи.

ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Э.М.Сайдаматов, А.К.Аманов, А.С.Юнусов, С.С.Ходжабагян. «Алгебра и основы математического анализа».Часть 1.

Ташкент «Ўқитувчи»—2016.

2. А.В.Погорелов. Геометрия 7-9. Москва «Просвещение»-2014 год.

3. Э.Н.Балаян. «800 лучших олимпиадных задач по математике для подготовки к ЕГЭ». 9-11 класс. Ростов н/Д: «Феникс», 2013.