SUPER MATEMATIKADA TO'G'RI CHIZIQ TENJLAMASI (AYLANA TENGLAMASI)

Alijonov Shohruhbek Akramjon o`g`li
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1- bosqich talabasi
Yo`ldasheva Gulchehra Xoldorali qizi
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1- bosqich talabasi
Sherqo`ziyeva Dildora Abrorjon qizi
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1- bosqich talabasi

Annotatsiya: *Quyidagi To'g'ri chiziq tenglamasi va Aylana tenglamasi haqidagi bilimlarimizni oshirishga yordam beradi. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi haqida chuqur bilimlarni hosil qiladi.Yana bir ustuvorli tomoni akademik litseylar uchun kerakli ma'lumotlar ham berib o`tilgan . Bu nazaryalarni yaxshi tushungan holda ularni amalyotga tadbiq qilish kerak .*

Kalit so'zlar: *aylana tenglamasi, to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi, misol, Isboti,* $Ax+By+C=0$.

Umumiy tushunchalar. Faraz qilaylik, bizga ikki x va y o'zgaruvchi miqdorlarni bog'lovchi

$$F(x,y)=0 \qquad (1)$$

tenglama berilgan bo'lsin. Bu tenglama o'z navbatida bir o'zgaruvchini , masalan y ni ikkinchisining, ya'ni x ning funktsiyasi sifatida aniqlaydi. Agar (1) ni y ga nisbatan echib olsak, quyidagiga eja bo'lamiz:

$$y=f(x), \qquad (2)$$

bu erda $f(x)$ bir qiymatli yoki ko'p qiymatli funktsiya bo'lishi mumkin, bu funktsiyaning qiymatlari x o'zgarganda uzluksiz o'zgaradi deb faraz qilaylik.

x va y miqdorlarni Oxy dekart koordinatalar tekisligining biror M nuqtasini koordinatalari sifatida qaraymiz. U holda (2) tenglik x o'zgaruvchining xar bir qiymatiga y ning aniq bir qiymatini mos qo'yadi.

SHu sababli, x ning xar bir qiymatiga tekislikning koordinatalari x va $y=f(x)$ bo'lgan aniq bir M nuqtasi mos keladi.

Endi, agar x uzluksiz qiymatlarni qabul qilsa, u holda M Oxy tekisligida uzluksiz o'zjarib, nuqtalarning geometrik o'rnini chizadi, bu geometrik o'rinni chiziq deb ataymiz.

Demak, chiziq koordinatalari (1) yoki (2) ko'rinishdagi tenglamani qanoatlantiruvchi nuqtalarning geometrik o'rni ekan. (1) yoki (2) tenglama o'z navbatida chiziqning tenglamasi deb ataladi.

Endi, agar aytilgan gaplarni umumlashtirsak, berilgan chiziqning tenglamasi deb, (1) yoki (2) ko'rinishga ega bo'lgan shunday tenglamaga aytamizki, bu tenglama faqat berilgan to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtaning koordinatalarini x va y ning o'rniga qo'ygandagina qanoatlanadi.

Agar $F(x,y) \equiv Ax + By + C$ bo'lsa, (1) ni 1-tartibli tenglama deymiz, u ifodalaydigan chiziqni to'g'ri chiziq deb ataymiz.

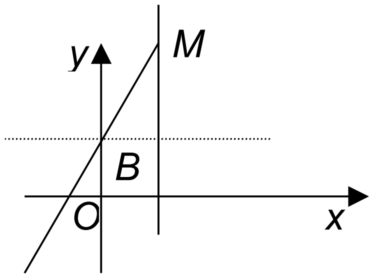
Agar $F(x,y) \equiv Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + M$ bo'lsa, (1) ni 2-tartibli tenjlama , unja mos keluvchi chiziqni esa 2-tartibli chiziq deb ataymiz.

Misol tariqasida, to'g'ri chiziq va aylananing tenglamasini tuzamiz.

To'g'ri chiziq tenglamasi.

Faraz qilaylik, y o'qini $A(0,b)$ nuqtada kesib o'tuvchi va x o'qija α burchak ostida og'ib o'tjan to'g'ri chiziq beriljgan bo'lsin.

$M(x,y)$ to'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin. 1-rasmja ko'ra, $BM = AB \cdot tg\alpha$, bu erda BM va AB lar



1-rasm.

$M(x,y)$ $\overrightarrow{BM}$ va $\overrightarrow{AB}$ vektorlarning kesma kattaligi. $BM = y - b, AB = x$ bo'lgani uchun yuqoridagi formuladan

$y - b = tg\alpha \cdot x,$

yoki

$$y = kx + b, \qquad (3)$$

kelib chiqadi, bu erda

$$k = tg\alpha \qquad (4)$$

deb belgilandi. (3) tenglamani berilgan to'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasini koordinatalari qanoatlantiradi, va aksincha koordinatalari (3) ni qanoatlantiradijan xar qanday nuqta Δ to'g'ri chiziqda yotadi. k koeffitsient (4) ga ko'ra, α burchakka bog'liq bo'lgani uchun burchak koeffitsient deb ataladi, b esa boshlang'ich ordinata deyiladi.

Aylana tenglamasi.

Radiusi r va markazi $C(a,b)$ nuqtada bo'lgan aylanani ko'raylik. Ta'rifja ko'ra, aylana $C(a,b)$ nuqtagacha bo'lgan masofalari o'zgarmas r ga teng bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rnidir.

Agar $M(x,y)$ tekislikning ixtiyoriy nuqtasi bo'lsa, u holda

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r,$$

yoki tenglikni kvadratja ko'tarib, ildizni yo'qotsak,

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2.$$

Bu tenglama berilgan aylananing tenglamasidir.

Agar aylananing markazi koordinatalar boshida bo'lsa, u holda uning tenglamasi soddaroq bo'ladi:

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi.

Teorema. Oxy koordinatalar tekislijida xar qanday to'g'ri chiziqning tenglamasi

$$Ax + By + C = 0 \qquad (5)$$

ko'rinishda bo'ladi, aksincha, (5) ko'rinishdagi xar qanday tenglama Oxy koordinatalar tekisligida to'g'ri chiziqni ifodalaydi.

Isboti. YUqorida ko'rilganidek, x o'qija og'ish burchagi ma'lum bo'lgan xar qanday to'g'ri chiziqning tenglamasi $y = kx + b$, ko'rinishda bo'ladi. Buni o'z navbatida $kx - y + b = 0$ ko'rinishga keltirib olsa bo'ladi. Endi, agar to'g'ri chiziqning bir nuqtasi $M_0(x_0, y_0)$ va unga perpendikulyar bo'lgan biror $\vec{s} = \{A, B\}$ vektor berilgan bo'lsa, u holda to'g'ri chiziqda yotuvchi xar qanday $M(x, y)$ nuqta uchun $\overrightarrow{M_0M} = \{x - x_0, y - y_0\}$ vektor $\vec{s}$ vektorja perpendikulyar bo'ladi. Vektorlarning perpendikulyarlik shartija ko'ra $\vec{s} \circ M_0\vec{M} = 0$ yoki

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 . \qquad (6)$$

Qavslarni ochib va $C = -Ax_0 - By_0$ deb belgilasak, (6) ni (5) ko'rinishga keltirsa bo'ladi.

Endi teoremaning ikkinchi qismini isbot qilamiz. Agar (5) da $B \neq 0$ bo'lsa, u holda (5) tenglikni B ga bo'lib yuborib, uni

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

ko'rinishga keltirib olamiz. Agar $k = -\frac{A}{B}, b = -\frac{C}{B}$ desak, oxirgi tenglikni $y = kx + b$ deb yozsa bo'ladi. Ma'lumki, bu to'g'ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasidir.

Agar $B = 0$ bo'lsa, u holda $A \neq 0$, shuning uchun (5) quyidagi ko'rinishni oladi:

$$x = -\frac{C}{A},$$

bu erda $a = -\frac{C}{A}$ desak, $x = a$, ya'ni x o'qija perpendikulyar

to'g'ri chiziq tenglamasi hosil bo'ladi. Teorema isbot bo'ldi.

(5) tenglama to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi deyiladi, (6) esa bir nuqtadan o'tgan to'g'ri chiziq tenglamasi deb ataladi.

To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi (5) to'liq bo'lmagan uch holni ko'ramiz:

1) $C = 0$, bunda tenglama $Ax + By = 0$ ko'rinishni oladi, bu tenglama koordinatalar boshidan o'tjan to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Xaqiqatan, $x = 0, y = 0$ koordinatalar bu tenglamani qanoatlantiradi.

2) $A = 0, B \neq 0$, bunda (5) $By + C = 0$ ko'rinishga keladi, bu tenglama x o'qiga parallel o'tadigan to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Xususan,agar $C = 0$ bo'lsa, $y = 0$ hosil bo'ladi, bu

x o'qining tenglamasidir.

3) $A \neq 0, B \neq 0, C \neq 0$ bo'lsin. U holda (5) ning ozod hadi C ni tenglikning o'ng tomoniga o'tkazsak va $-C$ ga bo'lib yuborsak:

$$\frac{Ax}{-C}+\frac{By}{-C}=1$$

yoki

$$\frac{x}{-\frac{C}{A}}+\frac{y}{-\frac{C}{B}}=1.$$

Quyidagi belgilashlarni kiritsak:

$$a=-\frac{C}{A}, b=-\frac{C}{B}$$

tenglama

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 \qquad (7)$$

ko'rinishha keladi. (7) ni to'g'ri chiziqning kesmalardagi tenglamasi deb ataymiz, chunki bu to'g'ri chiziq x o'qini $M(a,0)$ nuqtada, y o'qini $N(0,b)$ nuqtada kesib o'tadi.

Misol. $3x-5y+15=0$ to'g'ri chiziqning kesmalardagi tenglamasini tuzing.

Echish. Ozod had 15 ni tenglikning o'nj tomoniga o'tkazib -15 ga bo'lamiz:

$$\frac{x}{-5}+\frac{y}{3}=1.$$

Demak, beriljan to'g'ri chiziq x va y o'qlaridan mos ravishda $a=-5, b=3$ kesmalar ajratar ekan.

Umumiy tenglamaning A va B koeffitsientlari geometrik ma'noga ega. (6) dan ma'lumki, A va B koeffitsientlar to'g'ri chiziqga perpendikulyar vektorning koordinatalaridir. Agar $\vec{a}=\{-B,A\}$ vektor tuzib olsak, $\vec{s}$ va $\vec{a}$ vektorlar perpendikulyar ekanligiga ishonch hosil qilish qiyin emas. SHu sababli, $\vec{a}$ vektor berilgan to'g'ri chiziqga parallel bo'ladi, uni shu hususiyatiga ko'ra, to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektori, $\vec{s}$ ni esa normal vektor deb atashadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Б.Я.Ягудаев. Ажойиб сонлар оламида. Ўқитувчи нашрёти, Тошкент-1973.

2. В.В. Бардушкин ва бошқалар. Основы теории делимости числ. МГТУ, Москва-2003

3. Ёш математик қомусий луғати. Қомуслар бош таҳририяти. Тошкент-1991.

4. А.Нурметов, И.Қодиров."Математикадан синфдан ташқари машғулотлар". Тошкент-1980.