CHEGARALANMAGAN SOHADA UCHINCHI TARTIBLI TENGLAMA UCHUN BIR CHEGARAVIY MASALANING YAGONALIGI HAQIDA

Z.O.Ro'ziyeva
Farg'ona davlat universiteti
e-mail: zroziyeva462@gmail.com

Annotatsiya: *Mazkur maqolada chegaralanmagan sohada uchinchi tartibli tenglama uchun chegaraviy masala qaralgan bo'lib, masalaning yechimining yagonaligi integral energiya usulida isbotlangan.*

Kalit so'zlar: *Yuqori tartibli tenglama, yechimning yagonaligi, Laplas operatori.*

Hozirgi kunda ikkinchi, uchinchi va yuqori tartibli tenglamalar uchun ko'plab mualliflar tomonidan chegaraviy masalalar tahlil etilgan. Bu tipdagi tenglamalar uchun ustozlarimiz M.S.Salohiddinov [2], T.D.Jo'rayev [1] va ularning shogirdlari tomonidan chegaraviy masalalar qo'yilib ularni o'rganish nazariyalari yaratilgan. Ushbu maqolada uchinchi tartibli tenglama uchun chegaralanmagan sohada chegaraviy masala o'rganilgan.

Masalaning qo'yilishi. Ushbu

$$\frac{\partial}{\partial y}\Delta U(x,y)=0 \qquad (1)$$

tenglamaning $D=\{(x,y):0<x<\infty,0<y<\infty\}$ sohada regulyar bo'lgan, $\overline{D}$ sohada uzluksiz shunday $U(x,y)$ yechimini topingki, u quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantirsin:

$$U(x,y)\big|_{x=0}=\varphi_1(y), \qquad 0\le y<\infty, \qquad (2)$$

$$U(x,y)\big|_{y=0}=\varphi_2(x), \qquad 0\le x<\infty, \qquad (3)$$

$$U_y(x,y)\big|_{y=0}=\varphi_3(x), \qquad 0\le x<\infty, \qquad (4)$$

$$\lim_{R\to\infty} U_y(x,y)=0, \qquad R^2=x^2+y^2, \qquad x>0, y>0.$$

(5)

Bu yerda $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ - Laplas operatori, $\varphi_i(i=\overline{1,3})$ - berilgan funksiyalar va

$$\varphi_1(0)=\varphi_2(0)$$

(6)

kelishuv sharti o'rinli.

Ushbu ko'rinishda belgilash kiritib,

$$U_y=V$$

(7)

(1) tenglamani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\Delta V=0$$

(8)

(7) ga asosan (2) - (5) chegaraviy shartlardan foydalanib, (8) tenglama uchun quyidagi chegaraviy shartlarni olamiz:

$$V(x,y)\big|_{x=0}=\varphi_1'(y), \qquad V(x,y)\big|_{y=0}=\varphi_3(x),$$

(9)

$$\lim_{R\to\infty} V(x,y)=0, \qquad R^2=x^2+y^2, \qquad x>0, y>0.$$

(10)

Masala yechimining yagonaligi.

Teorema. Agar masalaning yechimi mavjud bo'lsa, u holda yagona bo'ladi.

Isbot. Masala yechimining yagonaligini isbotlash uchun (1) - (5) masalaga mos bir jinsli masalaning trivial yechimga ega ekanligini ko'rsatamiz, ya'ni

$$\Delta\left(\frac{\partial}{\partial y}U\right)=0 \qquad (1)$$

$$U(x,y)\big|_{x=0}=0, \qquad U(x,y)\big|_{y=0}=0, \qquad U_y(x,y)\big|_{y=0}=0.$$

(11)

masalani qaraymiz. (1) va (11) masala (7) belgilashga ko‘ra quyidagi masalaga ekvivalent:

$$\Delta V=0, \qquad (8)$$

$$V(x,y)\big|_{x=0}=0, \qquad V(x,y)\big|_{y=0}=0, \qquad (12)$$

$$\lim_{R\to\infty}V(x,y)=0, \quad R^2=x^2+y^2, \quad x>0, y>0.$$

(10)

Ushbu

$$D_R=\{(x,y):x^2+y^2<R^2, x>0, y>0\},$$

$$\partial D_R=\{(x,y):(x=0)\cup(y=0)\cup\sigma_R\},$$

$$\sigma_R=\{(x,y):x^2+y^2=R^2, x>0, y>0\}$$

sohani qaraymiz.

(8) Laplas tenglamasini V(x,y) funksiyaga ko‘paytirib, D_R soha bo‘yicha integral olamiz:

$$\iint_{D_R}V(V_{xx}+V_{yy})dxdy=0.$$

(13)

Mazkur ko‘paytmada ba’zi shakl almashtirishlarni bajarib, (10), (12) chegaraviy shartlardan foydalansak, (13) tenglik quyidagi

$$\iint_{D_R}\left[\left(V_x\right)^2+(V_y)^2\right]dxdy=0. \tag{14}$$

ko'rinishga keladi. Bundan $V_x = V_y = 0$ tenglikni olamiz, bu tengliklardan $V = const$ ekanligi kelib chiqadi. Ammo bir jinsli (12) shartga asosan $\overline{D}$ da $V = 0$ yoki (7) belgilashga ko'ra $U_y = 0$ bo'ladi. Ma'lumki bu tenglamaning umumiy yechimi

$$U = \overline{\phi}(x) \tag{15}$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu yerda $\overline{\phi}(x)$ - ixtiyoriy noma'lum funksiya. (11) chegaraviy shartlarning biridan foydalansak, (15) tenglikdagi $\overline{\phi}(x)$ funksiya aynan nolga teng bo'lib $U(x,y)=0,\ \ (x,y)\in\overline{D}$ da $U_y = 0$ tenglama trivial yechimga ega ekanligini topamiz.

Teorema isbotlandi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнения и смешанного и смешанно составного типов. Ташкент. Фан. 1979.-240 с.
2. Салахитдинов М.С. Уравнения смешанно-составного типа. Ташкент. Фан.1974.-156с.