ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ПОЛУПРОСТЫХ АЛГЕБР ЛЕЙБНИЦА

И.Г.Юлдашев

Кафедра Математики Нукусского Государственного Педагогичеlского Института

Изучение локальных дериваций началось со статьи Кадисона [9]. После этой работы появляются многочисленные новые результаты, связанные с описанием многочисленных локальных отображений (таких, как локальные дифференцирования, 2-локальные дифференцирования, билокальные дифференцирования, билокальные лиевые дифференцирования, слабо-2-локальные дифференцирования, локальные автоморфизмы, 2-локальные лиевские *дифференцирования, 2 -локальные *-лиевые изоморфизмы и т. д.) ассоциативных алгебр. Изучение локальных и 2-локальных дифференцирований неассоциативных алгебр было начато в некоторых работах Аюпова и Кудайбергенова (о случае алгебр Ли см. [2,3]). В частности, они доказали, что на комплексных полупростых конечномерных алгебрах Ли не существует нетривиальных локальных и -локальных дифференцирований. 2 В [4] также приведены примеры 2-локальных дифференцирований на нильпотентных алгебрах Ли, не являющихся дифференцированиями. После цитируемых работ изучение локальных и 2-локальных дифференцирований было продолжено для многих типов алгебр, таких как алгебры Лейбница [6], алгебры Кэли [1], n-арные алгебры [8] и т. д.

Пусть A-алгебра. Линейное отображение $\Delta: A \to A$называется локальным дифференцированием, если для любого элемента $x \in A$существует дифференцирование $D_x : A \to A$такое, что$\Delta(x) = D_x(x)$

Алгебра $(\mathrm{L},[\cdot,\cdot])$ над полем F называется (правой) алгеброй Лейбница, если она удовлетворяет свойству

$$[x,[y,z]] = [[x,y],z] - [[x,z],y],$$

которое называется тождеством Лейбница. Для алгебры Лейбница L подпространство, порожденное своими квадратами $\mathrm{I} = \mathrm{span}\{[x,x] : x \in \mathrm{L}\}$ из-за тождества Лейбница, становится идеалом, а фактор $\mathrm{G_L} = \mathrm{L}/\mathrm{I}$ представляет собой алгебру Ли, называемую лиезацией. L.Более того, $[\mathrm{L},\mathrm{I}] = 0.$алгебра Лейбница L называется простой, если ее лиезация является простой алгеброй Ли, а идеалом I является алгебра Лейбница. простой идеал. Эквивалентно, L она проста тогда и только тогда I , когда это единственный нетривиальный идеал алгебры L.Лейбница. Алгебра Лейбница L называется полупростой, если ее лиезация $\mathrm{G_L}$ является полупростой алгеброй Ли. В настоящее время определенный интерес вызывают простые и полупростые алгебры Лейбница [6,7,10,11].

Пусть G− алгебра Ли и V(правый) G-модуль. Разместите в векторном пространстве $L = G \oplus V$ произведение скобок следующим образом:

$$[(g_1, v_1), (g_2, v_2)] := ([g_1, g_2], v_1 \cdot g_2),$$

где $v \cdot g$ (иногда обозначается как $[v, g]$) — действие элемента g на GТогда $v \in V$.— алгебра Лейбница, обозначаемая Gв V как L .

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ayupov Sh. A., Elduque A., Kudaybergenov K. K., Local and 2-local derivations of Cayley algebras, arXiv:2105.08423

2. Ayupov Sh. A., Kudaybergenov K. K., Local derivations on finite-dimensional Lie algebras, Linear Algebra and Its Applications, 493 (2016), 381–398.

3. Ayupov Sh. A., Kudaybergenov K. K., 2-Local automorphisms on finite-dimensional Lie algebras, Linear Algebra and Its Applications, 507 (2016), 121–131.

4. Ayupov Sh. A., Kudaybergenov K. K., Rakhimov I., 2-local derivations on finite dimensional Lie algebras, Linear Algebra Appl., 474 (2015) 1–11.

5. Ayupov Sh. A., Kudaybergenov K. K., Omirov B. A., Local and 2-local derivations and automorphisms on simple Leibniz algebras, Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 43 (2020), 3, 2199–2234.

6. Ayupov Sh. A., Kudaybergenov K. K, Omirov B. A., Zhao K., Semisimple Leibniz algebras, their derivations and automorphisms, Linear and Multilinear Algebra, 68 (2020), 10, 2005–2019.

7. Loday J.-L., Une version non commutative des algẽbres de Lie: les algẽbres de Leibniz, L'Enseignement Mathematique, 39 (1993), 3-4, 269–293.

8. Ferreira B., Kaygorodov I., Kudaybergenov K., Local and 2-local derivations of simple n-ary algebras, Ricerche di Matematica, 2021, DOI: 10.1007/ s11587-021-00602-3

9. Kadison R.V., Local derivations, Journal of Algebra, 130 (1990), 2, 494–509.

10. Mugniery J., Wagemann F., Ext groups in the category of bimodules over a simple Leibniz algebra, Journal of Pure and Applied Algebra, 225 (2021), 6, Paper No. 106637.

11. Rakhimov I. S., Masutova K. K., Omirov B. A., On derivations of semisimple Leibniz algebras, Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 40 (2017), 1, 295–306.