

# ЧЕКСИЗ ЧУҚУР ВА ЧЕКЛИ ПОТЕНЦИАЛЛИ КВАНТ ЎРА МОДЕЛИДА ЭЛЕКТРОН ДИСПЕРСИЯСИ

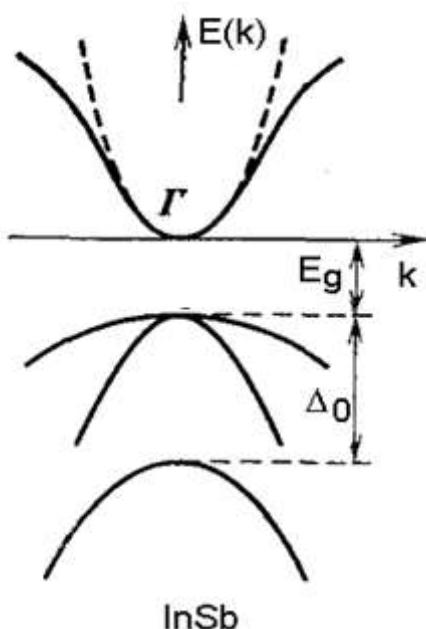
Тоҳиржонов Махмуджон Собитжон ўғли  
Абдуқаҳхоров Ҳусанбой Мирзоҳид ўғли  
Неъматов Илёсбек Равшан ўғли

Наманган давлат университети, Уйчи кўча №316, Наманган 716019,  
Ўзбекистон

**Аннотация:** Бу ишида  $A_3B_5$  гурухига мансуб яримўтказгичларда электроннинг икки ўлчамили нопараболик дисперсиясини чексиз чуқур ва чекли потенциалли квант ўрада Кейннинг икки зонали моделидан фойдаланиб таҳлил қилинган. Чекли потенциалли квант ўрада икки ўлчамили электрон газининг турлича характеристикаларини хисоблаш мумкин бўлган ифодалар олинган.

**Калит сўзлар:**  $A_3B_5$ , Квант ўра, Ўтказувчанлик зонаси, Бриллюэн зонасини, Валент зона, Кейн модели, Минизоналар

$A_3B_5$  гурухига мансуб яримўтказгичларда зона тузилиши нопараболиклиги Кейн моделида яхши баҳоланади [1,2,3].  $A_3B_5$  гурухидаги яримўтказгичли бирикмаларда ўтказувчанлик зонаси тубини минимуми – Бриллюэн зонасини марказида ( $\Gamma$ -минимум) жойлашган бўлиб, уларни InSb туридаги яримўтказгичлар дейилади: InSb: InAs, GaSb, GaAs, InP, 1-расм.



1-расм.  $A_3B_5$  гурухига мансуб InSb туридаги яримўтказгичлар учун спин-орбитал ўзаро таъсирни хисобга олинган холда ўтказувчанлик ва валент зоналари қиргоқлари. Параболик хол штрих чизиқда кўрсатилган.

Чексиз баланд түсікли түғри бурчакли потенциал ўра модели күп холларда тақрибий хисоблар ва тажрибалар натижаларини интерпретация қилиш учун етарлы бўлади. Масалан, бундай модел электронлар ва коваклар (ёки экситон холатлар) спектрини хисоблашда квант нуқталарда, квант ўраларда в.х. фойдаланилган.

Шредингер тенгламасини чексиз чуқур квант ўра моделида электронни икки ўлчамли нопараболик дисперсиясини аниқлашга тадбиқини қараб чиқайлик. Бунинг учун, одатдаги уч ўлчамли зона (массив кристал) учун ёзилган дисперсия ифодасидан фойдаланамиз. Хусусий холда, нопараболик дисперсияни икки зонали моделидан [4],

$$E \left( 1 + \frac{E}{E_g} \right) = \frac{\eta^2 k^2}{2m_n} \quad (1)$$

(1) га асосан қуйидагини ёзиш мумкин

$$E(1 + \alpha E) = \frac{\eta^2 k^2}{2m_n(0)} = \frac{\eta^2 k_{\parallel}^2}{2m_n(0)} + \frac{\eta^2 k_z^2}{2m_n(0)} \quad (2)$$

бунда,  $\alpha \approx 1/E_g$  - зонани нопараболиклик коэффициенти,  $m_n$  - ўтказувчанлик зонаси тубидаги электронни эффектив массаси,  $k_{\parallel}^2 = k_x^2 + k_y^2$  - квант ўра текислигидаги тўлқин векторини квадрати. Агар эффектив массани энергияга боғланишини қуйидагича киритилса

$$m^*(E) = m_n(0) \cdot (1 + \alpha E) \quad (3)$$

ва тўлқин векторини  $z$  -компонентасини  $k_z = i\partial/\partial z$  оператор билан алмаштирилса, у холда квант ўрадаги электрон харакатини аниқловчи Шредингер тенгламасига келамиз

$$-\frac{\eta^2}{2m^*(E)} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\eta^2 k_{\parallel}^2}{2m^*(E)} + V(z)\psi = E\psi \quad (4)$$

Чексиз чуқур түғри бурчакли потенциал ўра учун (4) дан қуйидаги дисперсияни олиш мумкин

$$E = \frac{\eta^2 k_{\parallel}^2}{2m^*(E)} + \frac{\eta^2 \pi^2 n_z^2}{2m_n(E)} \quad (5)$$

ёки

$$E(1 + \alpha E) = \frac{\eta^2 k_{\parallel}^2}{2m_n(0)} + \frac{\eta^2 \pi^2 n_z^2}{2m_n(0)} \quad (6)$$

Тўлқин векторининг ўра текислигидаги компонентасининг қиймати поляр координаталарда  $0 \div \infty$  соҳада, аникроқ эса – Бриллюэн зонаси  $0 \div \pi/a$  ичida ўзгариши. (4) муносабатда,  $E(k_{\parallel}, n_z)$  минизоналар сериясини, яъни  $n_z = 1, 2, 3, \dots$  га мос  $E(k_{\parallel}, 1)$ ,  $E(k_{\parallel}, 2)$ ,  $E(k_{\parallel}, 3)$  ... ва хоказо дисперсияларни аниқлайди.

Агар уч ўлчовли дисперсия  $k_z^2 = k_z^2(E)$  кўринишда, масалан,

$$k^2 P^2 = \frac{E(E + E_g)(E + E_g + \Delta_0)}{E + E_g + 2\Delta_0/3} \quad (7)$$

(7) каби тасвирлаш мүмкін бўлса, икки ўлчамли дисперсиясини Кейнни уч зонали моделида хам худди шунингдек аниқлаш мүмкін.

Чексиз чуқур квант ўра моделидаги электрон дисперсияси [5-9] тадқиқот ишларида электрон газни қатор параметрларини: минизоналаро оптик ўтишлар, энергия холатлар зичлигини температурага боғланиши, Ферми энергияси циклотрон масса ва электрон газ энтропиясини концентрацияга боғланишини ўрганиш учун фойдаланилган.

Амалда, гетеротузилмалардаги квант ўралар чуқурлиги чекли бўлиб, унинг катталиги фазовий квантланиш энергияси  $E_n$  билан бир тартибда (яъни қийматлари яқин) бўлиши мүмкін. Микдорий жихатдан тақослаш ва тажриба маълумотларини интерпретация қилиш учун назарий моделлардаги потенциал ўра чуқурлигини хисобга олиш зарур. Бундан ташқари,  $A_3B_5$  яrimўтказгичли бирикмалар асосидаги гетеротузилмаларда квант ўра материали ( $A$  харфи билан белгилаймиз) учун ва шунингдек барерлар материаллари ( $B$  харфи билан белгилаймиз) учун хам ўтказувчанлик зonasини нопараболиклигини хисобга олиш зарур. Бу холда, иккала материал параметрлари: зона тубидаги эффектив массалари  $m_A^*$  ва  $m_B^*$ , тақиқ зоналари кенглиги  $E_{gA}$  ва  $E_{gB}$ , ва шунингдек (Кейнни уч хонали моделида) спин орбитал ўзаро таъсир катталиклари  $\Delta_A$  и  $\Delta_B$  назарияда иштирок этади.

Кейн назариясини гетеротузилмалардаги квант ўрада харакатланувчи электронлар учун умумлаштирилиши хозирда яхши ўрганилган ва адабиётларда кенг баён қилинган [3,10-13].

Қуйида, AlSb/InAs/AlSb гетеротузилма квант ўраси мисолида нопараболик дисперсияли икки ўлчамли электронлар дисперсиясини аниқлашни оддий усулларини келтирамиз. Бу моделларда фақат электрон зонаси қаралади. Шу сабабли, назарияда фақат квант ўра материали ( $A$ ) ва барер қатлам материали ( $B$ ) электрон зоналарини параметрлари қатнашади.

Баландлиги  $V$  бўлган потенциал барерлар ( $B$  соҳа: AlSb) орасида жойлашган ва кенглиги  $L$  бўлган битта квант ўрани ( $A$  соҳа: InAs) қарайлик.

Энергия саноқ боши - хажмий InAs ни ўтказувчанлик зонаси тубидан хисобланади. InAs ва AlSb яrimўтказгичлар кристал панжараси доимийларидағи фарқ туфайли пайдо бўладиган эффективларни (тузатмаларни) хисобга олмаймиз.

Эффектив масса тақрибийлигига уч ўлчамли Шредингер тенгламасини ечимини  $\psi = e^{i(k_x z + k_y y)} \phi(z)$  кўринишда қидирамиз. У холда,  $A$  ва  $B$  соҳалар учун қуйидаги бир ўлчамли тенгламаларни олиш мүмкін

$$\frac{\partial^2 \phi_A(z)}{\partial z^2} + q^2 \phi_A(z) = 0, \quad q = \sqrt{\frac{2m_A}{\eta^2} E - k^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_B(z)}{\partial z^2} - \chi^2 \phi_B(z) = 0, \quad \chi = \sqrt{\frac{2m_B}{\eta^2} (V - E) + k^2} \quad (9)$$

Бу ерда,  $k^2 = k_x^2 + k_y^2$  ва  $m_{A,B}$  - А ёки В материалдаги электронни энергияга боғлиқ эффектив массаси. (8) и (9) тенгламаларни ечишда қуйидаги чегаравий шартлар

$$\phi_A(0) = \phi_B(0), \quad \left. \frac{1}{m_A} \frac{d\phi_A(z)}{dz} \right|_{z=0} = \left. \frac{1}{m_B} \frac{d\phi_B(z)}{dz} \right|_{z=0} \quad (10)$$

$$\phi_A(L) = \phi_B(L), \quad \left. \frac{1}{m_A} \frac{d\phi_A(z)}{dz} \right|_{z=L} = \left. \frac{1}{m_B} \frac{d\phi_B(z)}{dz} \right|_{z=L} \quad (11)$$

дан фойдаланиб,  $E = E(n, k)$  дисперсияни аникловчи тенгламани топамиз

$$E = E_{||} + E_0 \left[ \pi \cdot n - 2 \operatorname{Arcsin} \left( \sqrt{\frac{\gamma^2(E - E_{||})}{\gamma(\gamma - 1)E + \gamma V + (1 - \gamma^2)E_{||}}} \right) \right]^2. \quad (12)$$

бу ерда  $E_{||} = \eta^2 k^2 / 2m_A$  - электронни квант ўра текислигига паралел харакати энергияси,  $E_0 = \eta^2 / 2m_A L^2$ . Эффектив массалар фарки  $\gamma = m_B / m_A$  нисбат билан аникланган.

InAs ва AlSb материалларни ўтказувчанлик зонасини нопараболик хусусиятини хисобга олиш учун Кейн назариясидаги энергияга боғлиқ эффектив массаны турли аппроксимацияларига мурожат қилиш мумкин. Масалан, Кейнни икки зонали моделига кўра, қуйидаги муносабатлардан фойдаланиш мумкин [7-9, 14,15]

$$m_A(E) = m_A(0)(1 + \alpha_A E) \quad (13)$$

$$m_B(E) = m_B(0)(1 + \alpha_B(E - V)) \quad (14)$$

бунда  $m_{A,B}(0)$  - электронни ўтказувчанлик зонаси тубидаги эффектив массаси (эркин электрон массаси бирлигига),  $\alpha_{A,B}$  - зонани нопараболиклик дарражаси. Маълумки [4], икки зонали (1) модел факат хусусий холда, яъни  $\Delta_0 \gg E_g$  шарт бажарилгандагина хақонийдир. InAs яримўтказгичи учун бу шарт аниқ бажарилмайди. Шунга қарамай, (12) ва (13, 14) муносабатлардан олинган дисперсия – аниқроқ усулларда олинган дисперсиядан катта фарқ қилмайди.

Агар, Кейнни уч зонали моделидан фойдаланилса, у холда қуйдаги муносабатларни ёзиш мумкин [16-20]

$$\frac{m_0}{m_A(E)} = 1 + \frac{E_{PA}}{3} \left[ \frac{2}{E + E_{gA}} + \frac{1}{E + E_{gA} + \Delta_A} \right] \quad (15)$$

$$\frac{m_0}{m_B(E)} = 1 + \frac{E_{PB}}{3} \left[ \frac{2}{E - V + E_{gB}} + \frac{1}{E - V + E_{gB} + \Delta_B} \right] \quad (16)$$

бунда,  $m_0$  - эркин электрон массаси,  $E_p$  - Кейн параметри,  $\Delta$  - валент зонани спин-орбитал ажралиш энергияси (1-жадвалга қаранг).

Айтиб ўтиш керакки, турли энергия сатхлари учун турлича эффектив масса қиймати тўғри келади, масаладаги тўлқин функциялар хам шу массаларга боғлиқдир. У холда, шундай усулда топилган турлича минизоналар тўлқин функциялари ўзаро ортогонал бўлмай қолади. Зоналараро ёки минизоналараро электрон ўтишлар матрица



элементларини хисоблашда бу түлкін функциялар қўпол натижаларга олиб келиши мумкин.

Бироқ юқоридаги усулда топилған минизоналар учун дисперсия қонуни (12) ва (13, 14) ёки (15, 16) муносабатлар иккі үлчамли электрон газини турлича характеристикаларини хисоблашга яроқли деб олиш мумкин.

### ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Evan O. Kane, “Band structure of indium antimonide” J. Phys.Chem. Solids. Pergamon Press, 1957. Vol. 1. pp. 249-261.
- 2 I.M. Tsidilkovsky. Electrons and Holes in Semiconductors (Moskow, Science, 1972), ch.5, p. 444.
3. Воробьев Л.Е., Ивченко Е.Л., Фирсов Д.А., Шалыгин В.А. Оптические свойстваnanoструктур: Учеб. Пособие / Под ред. Е.Л. Ивченко и Л.Е. Воробьева. СПб.:Наука, 2001.–188 с.
4. Б.М.Аскеров.Электронные явления переноса в полупроводниках. - М.: Наука. 1985. 320 с.
5. G.Gulyamov, P.J. Baymatov, B.T.Abdulazizov, A.S.Mahmudov // *Thermal broadening of the density of states of the quasi-two-dimensional electron gas with non-parabolicity of energy spectrum* // International Journal of Applied Physics (SSRG-IJAP) – volume 2, Issue 4, July-August 2015. pp 7-12.
6. G.Gulyamov, P.J. Baymatov, B.T.Abdulazizov // *Effect of Temperature and Band Nonparabolicity on Density of States of Two Dimensional Electron gas* // Journal of Applied Mathematics and Physics, 2016, 4, 272-278, Published Online February 2016 in ciRes. <http://www.scirp.org/journal/jamp>, <http://dx.doi.org/10.4236/jamp.2016.42034>
7. Б.Т. Абдулазизов, М.С.Тохиржонов, П.Ж.Байматов // *O статистике электронов в квантовой яме InAs/AlSb*, Сборник публикаций мультидисциплинарного научного журнала «Архивариус». VII Международная научно-практическая конференция «Наука в современном мире» (19 марта 2016) г.Киев. стр 6-9. [www.archivarius.org.ua](http://www.archivarius.org.ua)
8. Г. Гулямов, П.Ж. Байматов, Б.Т. Абдулазизов, М.С.Тохиржонов // *O термодинамике двумерного электронного газа с непарabolичной дисперсией* // Самарқанд давлат университети Илмий Ахборотнома Журнали, 2016.№5 (99), стр 22-27
9. G.Gulyamov, B.T.Abdulazizov // *On the Thermodynamics of a Two-Dimensional Electron Gas with Non-Parabolic Dispersion* // World Journal of Condensed Matter Physics, 2016, 6, 294-299, Published November 17, 2016 SciRes. <http://www.scirp.org/journal/wjcmp>, <http://dx.doi.org/10.4236/wjcmp.2016.64028>

10. Шик А.Я., Бакуева Л.Г., Мусихин С.Ф., Рыков С.А. Физика низкоразмерных систем / Под ред. А.Я. Шика.–СПб.: Наука, 2001. 160 с.
11. Драгунов В.П., Неизвестный И.Г., Гридчин В.А. Основы наноэлектроники: Учебное пособие. –М.: Университетская книга; Логос; Физматкнига, 2006. – 496 с.
12. G. Bastard, J. A. Brum, and R. Ferreira, “Electronic States in Semiconductor Heterostructures”, Solid State Physics **44**, 229 (1991).
13. Н.В. Павлов, Г.Г.Зегря // Влияние непарabolичности энергетического спектра электронов и легких дырок на оптические свойства гетероструктур с глубокими квантовыми ямами AlSb/InAs<sub>0.84</sub>Sb<sub>0.16</sub>/AlSb // ФТП, **49**, вып.5, с.617-627, (2015)
14. П.Ж. Байматов, Б.Т. Абдулазизов // *O структуре минизон в квантовой яме InAs/AlSb* // Узбекский Физический Журнал, 2016, №5, стр 301-306
15. P.J. Baymatov, B.T. Abdulazizov // *Concentration dependences of the electron effective mass, Fermi energy, and filling of subbands in doped InAs/AlSb quantum wells* // Украинский Физический Журнал. Ukr. J. Phys. 2017. Vol. 62, No. 1, стр 46-50 , doi: 10.15407/ujpreb2.01.0046
16. Б.Т. Абдулазизов, П.Ж. Байматов // *Непарabolичности минизон и свойства вырожденного электронного газа в квантовой яме InAs/AlSb* // Узбекский Физический Журнал, 2016, №6, стр 372-377
17. G.Gulyamov, B.T.Abdulazizov, P.J. Baymatov // *Effects of band nonparabolicity and band offset on the electron gas properties in InAs/AlSb quantum well* // Journal of Modern Physics, 2016. 7, 1644-1650. Published Online September 13, 2016 SciRes. <http://www.scirp.org/journal/jmp>.  
<http://dx.doi.org/10.4236/jmp.2016.713149>
18. B.T. Abdulazizov, G. Gulyamov, P.J. Baymatov, Sh.T. Inoyatov, M.S. Tokhirjonov. SPIN **12**, No 1, 2250002 (7 pages) (2022).
19. P.J. Baymatov, A.G. Gulyamov, B.T. Abdulazizov, Kh.Yu. Mavlyanov, M.S. Tokhirjonov. International Journal of Modern Physics B 2150070 (1-13 ), 2022 World Scientific Publishing Company DOI: 10.1142/S0217979221500703 (scopus)
20. B.T. Abdulazizov. Eurasian Journal of Physics and Functional Materials **6**(1), 32-37 (2022). DOI: 10.32523/ejpfm.2022060103