ОБЗОР МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Одилова Шохиста
преподаватель института ТМС
Кузиева Камола
старший преподаватель института ТМС
E-mail:shakhistaodilova0808@mail.ru

Аннотация: *Статья "Обзор методов решения задач линейного программирования" даёт развернутое представление о ключевых алгоритмах, применяемых для оптимизации линейных систем. В ней рассматриваются такие методы как симплекс-метод, разработанный Д. Данцигом и широко использованный в практике; двойственный симплекс-метод, эффективен в ситуациях, когда начальное решение является недопустимым; и методы внутренней точки, которые находят применение в задачах большого размера. Авторы проводят сравнительный анализ данных методов, указывают на их преимущества и возможные ограничения, помогая читателю выбрать наиболее подходящий под конкретные условия алгоритм.*

ключевые слова: *Линейное программирование, симплекс-метод, двойственный симплекс-метод, методы внутренней точки, оптимизация, ограничения, начальное решение, итерация, алгоритмы, Д. Данциг, преимущества, ограничения, задача выбора.*

Линейное программирование – это метод оптимизации, где выполняется оптимизация (максимизация или минимизация) линейной(ых) целевой(ых) функции(ий), подчиненной ограничениям, которые также являются линейными.

Обзор методов решения задачи линейного программирования представляет собой анализ основных алгоритмов, которые используются для оптимизации линейных систем. К ним относятся симплекс-метод, двойственный симплекс-метод и методы внутренней точки.

Симплекс-метод, разработанный Д. Данцигом, является одним из наиболее часто используемых алгоритмов. Он начинается с выбора начального углового решения, затем производится итерационное улучшение путем выбора ведущих переменных и строк и движения по вершинам симплекса в сторону лучшего решения. Двойственный симплекс-метод особенно эффективен в случаях, когда начальное решение не является допустимым. Этот метод работает, улучшая несовместимое решение на каждой итерации до тех пор, пока не будет достигнуто допустимое решение. Методы внутренней точки представляют собой класс алгоритмов, в которых начальная точка выбирается внутри допустимой области, а не на ее границе. Этот метод, по сравнению с симплекс-методами, обрабатывает задачи большего размера и может эффективно решать проблемы с миллионами переменных и ограничений.

Все эти методы имеют свои преимущества и недостатки и используются в разных областях и ситуациях. Выбор конкретного метода решения задач линейного программирования зависит от свойств конкретной задачи и требуемой точности решения.

№	Название Метода	**Характеристика метода**
1	**Графический метод**	Этот метод подходит для решения задач линейного раммирования с двуми переменными. Решение задачи ится к построению графического представления ничений, а затем выбора наилучшей точки в стимой области.
2	**Симплекс-метод**	Симплекс-метод введен Джоном вон Нейманом и оджем Б. Данцигом в 1940-х годах. Этот метод ется самым популярным способом решения задач йного программирования. Он стартует с базисного стимого решения (например, угловой точки стимой области) и перемещается от одной такой точки угой, повышая (или уменьшая) значение функции при ом шаге, пока не будет достигнуто оптимальное ение.
3	**Двойственный плекс-метод**	Двойственный симплекс-метод применяется, когда льное решение не является допустимым.
4	**Методы внутренней и**	В отличие от симплекс-метода, который мещается по периметру допустимого многогранника, оды внутренней точки двигаются внутри допустимой сти. Это включает в себя метод эллипсоидов и метод ерных функций.

Обзор графического метода решения задач линейного программирования

Графический метод является одним из наглядных и интуитивных, предназначенных для решения задач линейного программирования с двуми переменными. Объяснение этого метода удобно начать с примера: в некоторой задаче нужно оптимизировать (максимизировать или минимизировать) линейную целевую функцию z = f(x,y) при наборе ограничений, которые также представлены линейными уравнениями или неравенствами.

Процесс решения обычно имеет следующие шаги:

1. **Нанесение ограничений на график**: В начале каждое ограничение представляется как линейное равенство (если они заданы неравенствами, то равенство трактуется как граница) и затем наносится на двумерный график. Областями, определенными этими линиями, ограничивается область допустимых решений.

2. **Отображение допустимой области**: Допустимая область (совокупность всех решений, которые удовлетворяют всем ограничениям) отображается на графике. Если ограничение представляет собой неравенство, то допустимая область будет находиться с той стороны линии, которая указывается условием неравенства.

3. **Определение целевой функции**: Целевая функция затем наносится на график в форме линии.

4. **Оптимизация**: Целевая функция "двигается" вдоль допустимой области до тех пор, пока она не достигнет лучшей возможной точки. В случае задачи на максимизацию, эта линия будет двигаться таким образом, чтобы увеличить её значение, пока она не достигнет самой "верхней" точки в допустимой области. Аналогично, в случае задачи на минимизацию, линия будет двигаться таким образом, чтобы уменьшить своё значение до тех пор, пока не достигнет самой "нижней" точки.

Решением задачи будет оптимальная точка (или точки), в которых целевая функция достигает максимального (или минимального) значения при заданных условиях.

Графический метод прост в использовании и обеспечивает наглядное представление о допустимой области и целевой функции. Обратной стороной этого метода является тот факт, что он может быть использован только для задач с двуми переменными или меньше, так как окажется трудным (или даже невозможным) визуализировать проблемы с более чем двуми переменными.

Симплекс-метод решения задач линейного программирования

Симплекс-метод - это алгоритм для решения задач линейного программирования, который был разработан математиком Джорджем Данцигом в 1947 году.

Прежде чем перейти к деталям алгоритма, важно помнить, что задача линейного программирования состоит в минимизации или максимизации линейной целевой функции при ряде линейных ограничений.

Вот основные этиапы работы симплекс-метода:

1. **Определение начального базисного решения**: Симплекс-метод начинает с выбора начального углового или вершинного решения пространства решений. Обычно это решение выбирается просто как начало координат, хотя есть и другие стратегии выбора начальной точки.
2. **Выбор ведущей переменной**: Далее симплекс-метод выбирает "ведущую" переменную для увеличения или уменьшения с целью улучшения целевой функции. Ведущую переменную обычно выбирают на основе целевой функции и ограничений.
3. **Выбор ведущей строки**: Затем алгоритм определяет, какие ограничения определяют, насколько ведущая переменная может увеличиваться или уменьшаться. Это делается путем выбора "ведущей строки" на основе ограничений и выбранной ведущей переменной.
4. **Обновление решения**: После выбора ведущей строки алгоритм обновляет текущее решение, увеличивая или уменьшая ведущую переменную и обновляя другие переменные в соответствии с ведущей строкой.
5. **Проверка оптимума**: Если можно улучшить целевую функцию путем дальнейшего изменения переменных, алгоритм возвращается к шагу 2 и продолжает итерации. В противном случае процесс останавливается, и текущее решение считается оптимальным.

Симплекс-метод довольно эффективен для большинства задач линейного программирования, и он может справиться с тысячами переменных и ограничений. Однако в редких случаях этот метод может столкнуться с проблемой "циклирования", когда алгоритм продолжает итерации и не достигает оптимального решения. Несмотря на это, симплекс-метод до сих пор остается одним из наиболее мощных и надежных инструментов для решения задач линейного программирования.

Двойственный симплекс-метод решения задач линейного программирования

Двойственный симплекс-метод используется для решения линейных задач оптимизации, когда начальное решение не является допустимым. Этот подход начинается с базисного решения, которое не обязательно удовлетворяет всем ограничениям, но имеет определенное значение целевой функции, и цель заключается в том, чтобы сделать это решение допустимым, улучшая его на каждом шаге алгоритма.

Процесс работы двойственного симплекс-метода следующий:

1. **Определение начального решения**: В отличие от стандартного симплекс-метода, начальное решение в двойственном симплекс-методе не обязательно удовлетворяет всем ограничениям, что обеспечивает его основное преимущество - способность решать задачи, где невозможно найти изначальное допустимое базисное решение.
2. **Выбор ведущей строки и столбца**: Аналогично зеркальному симплекс-методе, двойственный метод выбирает ведущую строку и ведущий столбец на основе текущего решения и целевой функции. Однако, в отличие от симплекс-метода, ведущая строка выбирается на основе недопустимости, а ведущий столбец - на основе потенциала улучшения функции стоимости.
3. **Подстановка**: Как только строка и столбец выбраны, выбирается соответствующая замена для улучшения текущего решения и приближения к допустимому.
4. **Терминация:** Этот процесс повторяется до тех пор, пока не будет найдено решение, которое удовлетворяет всем ограничениям, или пока не станет очевидно, что решения не существует.

Основным преимуществом двойственного симплекс-метода является его способность работать с недопустимыми начальными решениями, что делает его идеальным выбором для определенного класса задач. Однако, также стоит отметить, что двойственный симплекс-метод, как правило, требует больше времени на выполнение, чем обычный симплекс-метод.

Методы внутренней точки для решения задач линейного программирования

Методы внутренней точки представляют собой обобщенный класс алгоритмов для решения задач линейного и нелинейного программирования. Эти методы пришли на замену симплекс-методу и доказали свою эффективность в решении больших задач линейного программирования.

Здесь основные этапы работы методов внутренней точки:

1. **Выбор начальной точки**: В отличие от симплекс-метода, метод внутренней точки начинает не с вершины области допустимых решений, а с точки внутри этой области.

2. **Переход к следующей точке**: Затем метод переходит к другой точке в допустимой области, которая улучшает целевую функцию. Этот "путь" следования внутри области называется "траекторией центрального пути".

3. **Приближение к оптимуму**: С каждым шагом получаемая точка все ближе к оптимальному решению, и итерации продолжаются до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность.

Эти методы находят широкое применение благодаря своей эффективности и области применения: они подходят для решения больших задач линейного программирования и могут справиться с задачами с миллионами переменных и ограничений.

Одним из наиболее известных методов внутренней точки является метод барьеров или метод внутренних барьеров - его особенность заключается в использовании "барьерной функции", добавляемой к целевой функции для исключения недопустимых решений.

Методы внутренней точки имеют такие преимущества как скорость сходимости, возможность прямого перехода к оптимальному решению без "обхода" всех вершин симплекса и возможность параллелизации вычислений, что позволяет эффективно решать очень большие задачи.

Все эти методы имеют свои достоинства и недостатки. Симплекс-методы наиболее эффективны для большинства задач, особенно когда существует множество точек в допустимой области. Графический метод особенно полезен для иллюстрации решения задач линейного программирования, но он не может быть применён для задач с большим количеством переменных. Методы внутренней точки обычно требуют значительно меньше итераций, чем симплекс-метод, и они могут преодолеть некоторые из сложностей, связанных с симплекс-методами.

В заключение, выбор метода зависит от характера задачи и количества переменных и ограничений.

ЛИТЕРАТУРА (REFERENCES):

1. Antipin Anatoly S., Khoroshilova Elena V. Linear programming and dynamics // Ural Mathematical Journal. 2015. №1 (1).

2. Кувшинов Н.Е. РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ // Теория и практика современной науки. 2017. №4 (22)..

3. Садуакас М.Р., Садуакасова А.Б. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ // Вестник науки. 2019. №5 (14).

4. Кабардов Аслан Сосрукович, Ульбашева Светлана Александровна, Кардангушев Ислам Заурбекович, Хуранова Лиана Зауровна, Жабелов Самат Тахирович, Ниязов Ильяс Алиевич Применения линейного программирования // International scientific review. 2017. №7 (38)