ВАЖНОЕ СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ.

Сюткина Светлана Михайловна
Преподаватель математики высшей категории академического лицея Ташкентского государственного экономического университета, город Ташкент, Узбекистан

Аннотация. *В данной статье рассказано о развитии логического мышления при решении задач арифметическим и алгебраическим способами. В статье приведены решения текстовых задач, встречающихся на вступительных тестах.*

Ключевые слова: *логическое мышление, арифметический способ, алгебраический способ.*

Новые задачи в обучении и воспитании порастающего поколения требуют значительного улучшения организации учебного процесса в современных условиях. Обучение учащихся в лицее призвано обеспечить глубокое овладение учащимися основами науки, развитие логического мышления, пространственного воображения, исследовательских навыков. Работа преподавателей академического лицея направлена на формирование творческой личности, способной самостоятельно мыслить, умело ориентироваться в возникающих проблемах.

Научно-техническая революция привела к существенным изменениям в технологии производства, к внедрению автоматизации, роботизации, компьютерной техники, в связи с этим возросла и роль математики.

Одной из основных целей изучения математики является формирование и развитие мышления человека, прежде всего, абстрактного мышления, способности к абстрагированию и умения "работать" с абстрактными, "неосязаемыми" объектами. В процессе изучения математики в наиболее чистом виде может быть сформировано логическое (дедуктивное) мышление, алгоритмическое мышление, многие качества мышления - такие, как сила и гибкость, конструктивность и критичность и т.д.

Логическое мышление — это мыслительный процесс, в котором человек оперирует имеющимися знаниями для получения конкретного вывода и которому присущи такие признаки, как обоснованность, последовательность и связность. Его можно развивать в течение всей жизни и тренировать с помощью определенных методик.

В данной статье рассмотрим развитие логического мышления при решении задач арифметическим и алгебраическим способами.

Арифметический способ – это способ решения текстовой задачи с помощью выполнения арифметических действий над данными в задаче числами.

Алгебраический способ – это способ решения текстовой задачи с помощью введения переменных и составления соответствующего уравнения или неравенства, или системы уравнений или неравенств.

Многие считают арифметический способ искусственным, замысловатым и более сложным. Поскольку – это не просто действия с числами, при выполнении арифметических действий нужно знать, что дает то или иное действие. В то время как алгебраический способ проще и усваивается легче.

Арифметическое решение многих задач требует большой изворотливости и тренировки мышления, что при этом рассуждения нередко носят искусственный характер. Безусловно, польза от таких искусственных решений незначительна. Разумнее заняться арифметическим решением таких задач, которые наряду с развитием логического мышления содействуют также более прочному усвоению теоретического материала, подготавливают учащихся к успешному овладению алгебраическим методом решения задач, показывают практическое значение арифметики.

Но необходимо заметить, что и задачи с искусственным арифметическим приемом решения могут иногда принести огромную помощь алгебре. Приведу несколько примеров.

1. При изучении способа подстановки для решения систем уравнений сначала можно предложить учащимся решить устно следующую арифметическую задачу: *Мальчик купил 5 одинаковых тетрадей и 7 одинаковых карандашей и уплатил 38 тыс. сумов. Сколько стоит одна тетрадь и один карандаш по отдельности, если карандаш дороже тетради в два раза?*

Арифметическое решение:

Так как карандаш дороже тетради в 2 раза, то стоимость 7 карандашей равна стоимости 14 тетрадей. Если 7 карандашей заменить на 14 тетрадей, то получится, что 5+14=19 тетрадей стоят 38 тыс. сумов. Значит одна тетрадь стоит 38:19 = 2 тыс. сумов, а один карандаш стоит 4 тыс. сумов.

Алгебраическое решение:

Пусть x – стоимость одной тетради, а y – стоимость одного карандаша, по условию задачи получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = 2x \\ 5x + 7y = 38 \end{cases}$$

После арифметического решения этой задачи процесс решения системы способом подстановки, логически совпадающей с процессом арифметического решения задачи, будет быстро усвоен.

Сущность метода подстановки при решении более сложных систем учащимся уже не придется разъяснять, этого простого примера вполне достаточно.

2. При изучении способа алгебраического сложения для решения систем уравнений можно предложить учащимся решить устно следующие задачи:

а) *Один ученик купил 5 тетрадей и 3 карандаша и уплатил 19 тыс. сумов. Второй ученик по тем же ценам купил 7 тетрадей и 3 карандаша и уплатил 23 тыс. сумов. Сколько стоит один карандаш и одна тетрадь по отдельности? Сколько уплатил бы первый ученик, если бы он купил тетрадей и карандашей в три раза больше? В пять раз больше? Сколько уплатил бы первый ученик, если бы он купил в 3 раза больше тетрадей и в 2 раза больше карандашей?*

Арифметическое решение:

1) Ученики купили одинаковое количество карандашей, но второй ученик купил на 7 – 5 = 2 тетради больше и заплатил на 23 – 19 = 4 тыс. сумов больше. Значит, 2 тетради стоят 4 тыс. сумов, а одна тетрадь стоит 2 тыс. сумов.

2) За 5 тетрадей первый ученик заплатил $5 \cdot 2 = 10$ тыс. сумов, тогда стоимость карандашей 19 – 10 = 9 тыс. сумов и один карандаш стоит 9: 3 = 3 тыс. сумов.

Алгебраическое решение:

Пусть x – стоимость одной тетради, а y – стоимость одного карандаша, по условию задачи получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 7x + 3y = 23 \end{cases}$$

Система решается с помощью алгебраического сложения.

б) *Один ученик купил 5 тетрадей и 3 карандаша и уплатил 21 тыс. сумов. Второй ученик по тем же ценам купил 4 тетради и 7 карандашей и уплатил 26 тыс. сумов. Сколько стоит одна тетрадь и один карандаш по отдельности?*

Арифметическое решение:

1) Если первый ученик купит в 4 раза больше тетрадей и карандашей, т. е. 20 тетрадей и 12 карандашей, то он заплатит $21 \cdot 4 = 84$ тыс. сумов.

2) Если второй ученик купит в 5 раз больше тетрадей и карандашей, т. е. 20 тетрадей и 35 карандашей, то он заплатит $26 \cdot 5 = 130$ тыс. сумов.

3) Теперь, когда количество тетрадей у них одинаковое, то 35 – 12 = 23 карандаша стоят 130 – 84 = 46 тыс. сумов. Значит один карандаш стоит 46: 23 = 2 тыс. сумов.

4) 3 карандаша стоят 6 тыс. сумов, а 5 тетрадей 21 – 6 = 15 тыс. сумов. Значит одна тетрадь стоит 15 : 5 = 3 тыс. сумов.

Алгебраическое решение:

Пусть x – стоимость одной тетради, а y – стоимость одного карандаша, по условию задачи получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 4x + 7y = 26 \end{cases}$$

Система решается методом алгебраического сложения.

Решение этих задач занимает не более пяти-шести минут, но польза от них большая. Арифметическая аналогия, к которой мы нередко обращаемся, помогает уяснить многие общие законы и правила математики (да и не только математики). Причина этого в том, что логика решения арифметических задач является «первой ступенью» математической логики; она по своей природе доступнее для осмысливания, для уяснения математической сущности процессов и явлений, чем логика решения алгебраических задач.

Арифметика при умелом ее использовании оказывает алгебре самую эффективную помощь. Уже тот факт, что арифметика является прекрасным средством развития логического мышления, имеет первостепенное значение для усвоения алгебры. Кроме того, сам процесс алгебраического решения задачи (т. е. решения ее с помощью составления уравнений) есть в конечном счете процесс решения некоторых простейших арифметических задач, данные элементы которых выражены буквенными величинами.

Рассмотрим ещё несколько задач, решаемых алгебраическим способом.

3. *По плану колхоз должен был засевать ежедневно по 40 га. Однако колхозники засевали ежедневно по 52 га, и поэтому окончили сев на 2 дня раньше, причем засеяли на 4 га больше, чем намечалось по плану. Сколько гектаров засеяли колхозники?*

Обозначим искомое число гектаров за x. Находить непосредственно (т. е. арифметически) искомое число гектаров x трудно и неудобно. Выразим данные в условии величины через x.

$\frac{x}{52}$ дней – время, затраченное на сев, $\frac{x-4}{40}$ дней – время, которое должен был идти сев по графику. Так как сев был закончен на 2 дня раньше, то составим уравнение $\frac{x-4}{40}-\frac{x}{52}=2$. Решив уравнение, получаем искомое число.

4. *Несколько товарищей решили купить моторную лодку. Если каждый из них внесет по 70 руб., то не хватит 30 руб., если же каждый внесет по 80 руб., то 40 руб. будут лишними. Сколько было* товарищей *и сколько стоила моторная лодка?*

Пусть x – число товарищей, а y – стоимость лодки. Выразим через x и y данные в задаче числа:

$$\begin{cases} y-70x=30 \\ 80x-y=40 \end{cases}$$

Решая систему уравнений, находим искомые числа.

Рассмотренные примеры показывают, что нет надобности увлекаться арифметическим решением сложных задач, требующих искусственных рассуждений. В то же время не стоит пренебрегать арифметическим решением задачи и стремиться во всех случаях решать задачи алгебраически.

Далеко не во всех случаях алгебраическое решение задачи оказывается более простым, чем арифметическое. Рассмотрим пример.

5. *Четверо товарищей купили вместе лодку. Первый внес $\frac{1}{2}$ суммы, внесенной остальными; второй $\frac{1}{3}$ суммы, внесенной остальными; третий $\frac{1}{4}$ суммы, внесенной остальными, а четвертый внес 130 рублей. Сколько стоит лодка и сколько внес каждый?*

Арифметическое решение:

Арифметическое решение этой задачи гораздо проще алгебраического. Первый внес $\frac{1}{3}$, второй $\frac{1}{4}$, а третий $\frac{1}{5}$ и все вместе $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{20+15+12}{60}=\frac{47}{60}$ стоимости лодки, четвертый внес $1-\frac{47}{60}=\frac{13}{60}$ стоимости лодки, что составляет 130 рублей.

Алгебраическое решение:

$x = \frac{y+z+130}{2}$; $y = \frac{x+z+130}{3}$; $z = \frac{x+y+130}{4}$.

Алгебраическое решение сопряжено с громоздкими аналитическими выкладками. Но оно избавляет учащегося от необходимости думать.

Выводы: 1. Арифметическое решение задач – самое эффективное средство развития логического мышления, средство логической подготовки учащихся к усвоению дальнейшего курса математики и других дисциплин.

2. Всякое алгебраическое решение текстовой задачи (т. е. решение ее путем составления уравнений) представляет собой последовательный процесс арифметического решения задач, следовательно, арифметические решения служат базой для алгебраических.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Постановление президента Республики Узбекистан от 7 мая 2020 года № ПП-4708 «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики».
2. Сайдаматов Э., Аманов А. и др. «Алгебра и основы математического анализа» учебное пособие для академических лицеев. Ч. I. Т. «O'qituvchi»,2012 г.
3. Совершенствование методики работы учителя математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990.
4. В. С. Крамор: Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. – Москва. 1994 г.