KVADRAT TENGLAMA VA ULARNI YECHISH USULLARI

Xo'janiyazov Jamolbek Qurvondurdiyevich
Masapayev Mansurbek O'rinboyevich
Qutlimuratov Bobur Baxrom o'g'li
Xorazm viloyati Urganch shahridagi Jaloliddin Manguberdi harbiy akademik litseyi, Matematika fani o`qituvchilari

Annotatsiya: *Mazkur maqolada kvadrat tenglamalarni bir nechta qulay usullarda yechish haqida ba'zi tavsiyalar va ularga oid misollar yechimlari keltirib o'tilgan.*

Kalit so'zlar: *ta'rif, teorema, isbot, keltirilgan kvadrat tenglama, to'la va chala kvadrat tenglamalar, discriminant, ildiz*

Ma'lumki, kvadrat tenglamalarni yechishning bir qancha usullari mavjud va ular o'tgan ming yillikning o'rtalarida topilgan. Quyida bularning barchasini batafsil ko'rib chiqishga harakat qilamiz: $3x^2-5x-2=0$ tenglamaning chap tomoni kvadrat uchhad, o'ng qismi esa nolga teng. Bunday tenglamalar kvadrat tenglamalar deyiladi.

Ta'rif: Kvadrat tenglama deb $ax^2+bx+c=0$ ko'rinishidagi tenglamaga aytiladi, bunda a, b, c - berilgan sonlar, a≠0, x esa noma'lum.

Agar $ax^2+bx+c=0$ kvadrat tenglamada b yoki c koeffitsiyentlardan kamida bittasi nolga teng bo'lsa, u holda bu tenglama chala kvadrat tenglama deyiladi.

Masalan; $2x^2\ +3\mathrm{x}\ =0$; $-3x^2+4=0$; $6x^2=0$. Ularning birinchisida c=0, b noldan farqli, ikkinchisida esa b=0, c noldan farqli, uchinchisida b=0, c=0. Bu tenglamalar chala kvadrat tenglamalarning har xil turlarini ifodalaydi.

Bosh koeffitsiyenti birga teng bo'lgan kvadrat tenglamalar keltirilgan kvadrat tenglamalar deyiladi. Agar yuqoridagi kvadrat tenglamaning har bir hadini bosh koeffitsiyentga bo'lib, hosil bo'lgan tenglamada ikkinchi koeffitsientni p bilan, ozod hadni q bilan belgilasak, u holda berilgan tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$x^2+px+q=0.$

Keltirilgan kvadrat tenglama ildizlarini topish haqidagi teorema mashhur fransuz matematigi Fransua Viyet (1540-1603) nomi bilan Viyet teoremasi deb ataladi.

Viyet teoremasi. Agar x_1, va x_2, lar $x^2\ +\ px\ +q=0$ tenglamaning ildizlari bo'lsa, u holda

$$x + x = -p \qquad x \cdot x = q$$

formulalar o'rinli, ya'ni keltirilgan kvadrat tenglama ildizlarining yig'indisi qarama-qarshi ishora bilan olingan ikkinchi koeffitsiyentga, ildizlarining ko'paytmasi esa ozod hadga teng.

$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ ko'rinishdagi tenglama, bir noma'lumli kvadrat tenglama

deyiladi. a - birinchi, b - ikkinchi koeffitsiyent, c - ozod had. Kvadrat tenglama ildizlariformulasi:

$D = b^2 - 4ac$ ifoda diskriminant deyiladi.[4]

1) Agar **D<0** bo'lsa, tenglama yechimga ega bo'lmaydi.

2) Agar **D=0** bo'lsa, tenglama bitta yechimga ega.

3) Agar **D>0** bo'lsa, tenglama ikkita yechimga ega:

Misol. 1) $2x^2 - 10x + 12 = 0$ kvadrat tenglamada

$a = 2, b = -10, c = 12.$ $D = (-10)2 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 100 - 96 = 4.$

D>0 demak, tenglama 2 ta yechimga ega:

Javob: $x_1 = 3, x_2 = 2.$

2) $3x^2 + 2x + 4 = 0$ kvadrat tenglamada $a = 3, b = 2, c = 4.$ $D = 22 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 4 - 48 = -44.$ $D < 0$demak, tenglama yechimga ega emas.[3]

3) $x^2 + 2x + 1 = 0$ kvadrat tenglamada $a = 1, b = 2, c = 1.$ $D = 22 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0.$ D=0demak, tenglama bitta yechimga ega: $x = -\frac{2}{2} = -1.$

II. Agar kvadrat tenglamada b yoki c nolga teng bo'lsa, tenglama chala kvadrat tenglama deyiladi. $ax^2 + c = 0$ bo'lsa, $x^2 = -\frac{c}{a}$. Bunda -$\frac{c}{a} < 0$ bo'lganda yechimga ega. $ax^2 + bx = 0$ bo'lsa, $x(ax + b) = 0.$ $x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$ yechimga ega.

Misol. 1) $2x^2 - 8 = 0$ tenglamadan $x^2 = 8/2 = 4.$ bundan x_1=2, x_2=-2.

2) $x^2 + 9 = 0$ tenglamadan $x^2 = -9$ tenglama yechimga ega emas.

3) $3x^2 + 6x = 0$ tenglamani $x(3x + 6) = 0$ ko'rinishga keltirsak, x_1=0, x_2=-6/3=-2 yechimlarini topamiz.

III. Kvadrat tenglamada birinchi koeffitsiyent birga teng bo'lsa $x^2 + px + q = 0$ bo'ladi. Unga keltirilgan kvadrat tenglama deyiladi. Keltirilgan kvadrat tenglama ildizlari formulasi:

Masalan, $x^2 + 3x - 4 = 0.$[2]

IV. Viyet teoremasi. Agar keltirilgan kvadrat tenglama haqiyqiy ildizlarga ega bo'lsa, ularning yig'indisi -p ga, ko'paytmasi q ga teng bo'ladi, ya'ni

Kvadrat tenglamalarni yechishni bir necha usullarini ko’ramiz.

1. METOD : Tenglamaning chap tomonini faktorizatsiya qilish. Keling, tenglamani yechamiz.[3]

$$x^2 + 10x - 24 = 0.$$

Keling, chap tomonni faktorlarga ajratamiz:

$x^2 + 10x - 24 = x^2 + 12x - 2x - 24$=x (x + 12) – 2 (x + 12)=(x + 12)(x - 2).

Shunday qilib, tenglamani quyidagicha qayta yozish mumkin:(x + 12)(x - 2) = 0

Mahsulot nolga teng bo'lganligi sababli, uning omillaridan kamida bittasi nolga teng. Shuning uchun tenglamaning chap tomoni yo'qoladi x_1 = 2, shuningdek at $x_2 = -12$

Bu raqam degan ma'noni anglatadi 2 Va - 12 tenglamaning $ildizlaridir\ x^2 + 10x - 24 = 0$.

2. **METOD** : To'liq kvadrat tanlash usuli.

Keling, tenglamani yechamiz $x^2 + 6x - 7 = 0$.

Keling, chap tomonda to'liq kvadratni tanlaymiz.Buning uchun $x^2 + 6x$ ifodasini quyidagi shaklda yozamiz:

$x^2 + 6x = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3$.[2]

Hosil bo‘lgan ifodada birinchi xad x sonining kvadrati, ikkinchisi esa x ning 3 ga qo‘sh ko‘paytmasidir. Shuning uchun to‘liq kvadratni olish uchun 3^2 ni qo‘shish kerak, chunki

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x + 3)\,2$$

Endi biz tenglamaning chap tomonini o'zgartiramiz $x^2 + 6x - 7 = 0$, unga qo'shish va ayirish 3^2.

$$x^2 + 6x - 7 = x^2 + 2 * x * 3 + 3^2 - 3^2 - 7 = (x+3)^2 - 9 - 7$$
$$= (x+3)^2 - 16.$$

Shunday qilib, bu tenglamani quyidagicha yozish mumkin: $(x+3)^2 - 16 = 0$ $(x+3)^2 = 16$

Binobarin, $x + 3 - 4 = 0$, $x_1 = 1$ yoki $x + 3 = -4$, $x_2 = -7$.

3. **METOD** :Kvadrat tenglamalarni formula bo'yicha yechish.

Tenglamaning ikkala tomonini 4a ga ko'paytiring,

$ax^2 + bx + c = 0$ tenglama $4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$ ko‘rinishga keladi.$(2ax)^2 + 2 \cdot (2a)bx + b^2) - b^2 + 4ac = 0$ bundan

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

$2ax + b = \sqrt{b^2 - 4ac}$ va $2ax + b = -\sqrt{b^2 - 4ac}$

$2ax = \sqrt{b^2 - 4ac} - b$ $\qquad 2ax = -\sqrt{b^2 - 4ac} - b$

$x_1 = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\qquad$ $x_2 = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Misollar.

Keling, tenglamani yechamiz: $4x^{\,2} + 7x + 3 = 0.$

$a = 4, b = 7, c = 3,$

$$D = b^{\,2} - 4\,ac = 7\,2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 49 - 48 = 1,$$

D > 0, ikki xil ildiz;

Shunday qilib, ijobiy diskriminant holatida, ya'ni. da

$b^{\,2} - 4\,ac > 0$, tenglama $ax^2 + bx + c = 0$ ikki xil ildizga ega.

b) Keling, tenglamani yechamiz: $4x^{\,2} - 4x + 1 = 0,$

$a = 4, b = -4, c = 1,$

$$D = b^{\,2} - 4\,ac = (-4)\,2 - 4 * 4 * 1 = 16 - 16 = 0,$$

$D = 0,$ bitta ildiz;

Demak, diskriminant nolga teng bo'lsa, $b^{\,2} - 4\,ac = 0$, keyin tenglama $ax^2 + bx + c = 0$ bitta ildizga ega

ichida) Keling, tenglamani yechamiz: $2x^{\,2} + 3x + 4 = 0,$

$a = 2, b = 3, c = 4,$

$D = b^{\,2} - 4\,ac = 3\,2 - 4 * 2 * 4 = 9 - 32 = -13$, $D < 0.$

Bu tenglamaning ildizlari yo'q.

Shunday qilib, agar diskriminant manfiy bo'lsa, ya'ni. $b^{\,2} - 4\,ac < 0$, tenglama $ax^2 + bx + c = 0$ tenglamani ildizlari yo'q.

Kvadrat tenglama ildizlarining formulasi (1). $ax^2 + bx + c = 0$ ildizlarini topish imkonini beradi har qanday kvadrat tenglama (agar mavjud bo'lsa), shu jumladan qisqartirilgan va to'liq bo'lmagan. Formula (1) og'zaki ravishda quyidagicha ifodalanadi: kvadrat tenglamaning ildizlari qarama-qarshi belgi bilan olingan ikkinchi koeffitsientga teng bo'lgan kasrga teng, plyus bu koeffitsient kvadratining kvadrat ildizini birinchi koeffitsientning erkin davrga to'rt baravar ko'paytirmagan holda, va maxraj birinchi koeffitsientdan ikki barobar.

4. **USUL**: Tenglamalarni Vyeta teoremasi yordamida yechish. Ma'lumki, berilgan kvadrat tenglama ko'rinishga ega

$x^{\,2} + px + c = 0.$ (1)

Uning ildizlari Vyeta teoremasini qanoatlantiradi, qaysi, qachon a =1 shaklga ega:

$x_1 \cdot x_{\,2} = q,$

$x_1 + x_2 = -p$

Bundan quyidagi xulosalar chiqarishimiz mumkin (ildiz belgilarini p va q koeffitsientlaridan bashorat qilish mumkin).

a) Xulosa muddati bo'lsa q qisqartirilgan tenglamaning (1) musbat ($q > 0$), keyin tenglama bir xil belgining ikkita ildiziga ega va bu ikkinchi koeffitsientning hasadi p. Agar $R < 0$, keyin ikkala ildiz manfiy bo'lsa R< 0 , keyin ikkala ildiz ham musbat bo'ladi.

Misol uchun,

$x^2 - 3x + 2 = 0$; $x_1 = 2$ va $x_2 = 1$, chunki $q = 2 > 0$ va $p = -3 < 0$;

$x^2 + 8x + 7 = 0$; $x_1 = -7$ va $x_2 = -1$, chunki q = 7 > 0 va p= 8 > 0.

b) Agar ozod hadi q qisqartirilgan tenglamaning (1) manfiy (q < 0) u holda tenglama turli xil ishorali ikkita ildizga ega bo'ladi va haqiqiy qiymatdagi kattaroq ildiz musbat bo'ladi p < 0 , yoki musbat bo'lsa p > 0

Misol uchun,

$x^2 + 4x - 5 = 0$; $x_1 = -5$ va $x_2 = 1$, chunki $q = -5 < 0$ va

$p = 4 > 0$;

$x^2 - 8x - 9 = 0$; $x_1 = 9$ va $x_2 = -1$, chunki $q = -9 < 0$ va $p = -8 < 0$.

5. **USUL:** Kvadrat tenglama koeffitsientlarining xossalari. Kvadrat tenglama bo'lsin $ax^2 + bx + c = 0$,.

1) Agar, $a + b + c = 0$ (ya'ni koeffitsientlar yig'indisi nolga teng), keyin $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$.

Isbot. Tenglamaning ikkala tomonini a ga bo'ling? $a \neq 0$, biz qisqartirilgan kvadrat tenglamani olamiz

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ Viyet teoremasiga ko‘ra $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Misollar.

1) Tenglamani yeching $345x^2 - 137x - 208 = 0$.

Yechim. $a + b + c = 0$ $(345 - 137 - 208 = 0)$, keyin

$x_1 = 1$,

$x_2 = \frac{c}{a}$ Tenglamani yeching

$$132x^2 - 247x + 115 = 0$$

Yechim. $a + b + c = 0$ bo‘lgani uchun $x_1 = 1$, $x_2 = c/a = \frac{115}{132}$.

Javob: 1; $\frac{115}{132}$.

Xulosa:

Kvadrat tenglamalarni yechish va uning yordamida masalalar yechish VIII sinf algebra kursida puxta o'rganilsa, albatta keying matematika bo'lim va boblarini o'rganishga muhim kalit bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Sh.Xurramov Oliy matematika 1-qism Toshkent-2015[1]
2. Sh.Xurramov Oliy matematika 2-qism Toshkent-2015[2]
3. Sh.Aliyev "Algebra" 8-sinf darsligi.Toshkent-2022[3]
4. www.ziyonet.uz[4]