BERUNIY ASARLARIDA TRIGONOMETRIYAGA OID BA'ZI TEOREMALARNING QO'LLANILISHI.

Rajabov Shoxrux Shuxrat o'g'li
Toshkent davlat texnika universiteti "Oliy matematika" kafedrasi o'qituvchisi, sh_rajabov@inbox.ru
Yaqubov Hamdam Ergash o'g'li
Urganch davlat universiteti "Amaliy matematika va matematik fizika" kafedrasi o'qituvchisi
Sharifboyev Shamsiddin Dilshod o'g'li
Toshkent davlat texnika universiteti "Mashinasozlik" fakulteti 3-bosqich talabasi

Xorazmlik buyuk olim Abu Rayxon Beruniy jahon fani tarixida eng ulug' va eng yorqin siymolardan biri hisoblanadi. Shu jumladan, uning matematika faniga qo'shgan hissasi beqiyosdir. Beruniy trigonometriya bilan juda yoshligidanoq shug'ullangan.Chunki o'zining "Qadimgi xalqlardan qolgan yodgorliklar"[2] asarining oxirgi bobida "Asturlob yasashning mumkin bo'lgan usullari haqida" nomli risolasi ustida to'xtalib o'tadi. Chunonchi "Tafxim" asarining I bo'limida u "al-jayb al mustav" ya'ni sinuslar chizig'ini quyidagicha tariflaydi: "U ikkilangan yoyning yarim vatari yoki istasang,yoyning ikkala uchi orqali diametrga tushirilgan perpendikulyar hamdir". Shu bilan birga "Agar sen yolg'iz jayb so'zini uchratib qolgudek bo'lsang, uni sinus chizig'i deb tushungin,"[1]-deb ilova qiladi. Beruniy "Tafxim"asarining IV qismida az-zil al mustav-"kotangens chizig'i", az-zil al mustav-"tangens chizig'i" deb ataydi.

Beruniy "Soyalar" asarining IX bo'limida "Gnomonning soya diametriga nisbati balandlik sinusining to'la sinusga nisbati kabidir"[4]-deb yozadi. Bu qoida hozirgi belgilashlar yordamida quyidagi formula ko'rinishida ifodalanadi:

$$\frac{l}{lcosec\alpha} = \frac{rsin\alpha}{r}$$

Bu yerda l –gnomon uzunligi, r –radius. Bu munosabat ushbu tenglikka teng kuchli:

$$\frac{1}{cosec\alpha} = sin\alpha$$

Ushbu bo'limda Beruniy sinusni tangens va sekans orqali ifodalaydi. Uni quyidagicha yozadi:"Teskari soyani uning to'liq sinusiga ko'paytiramiz, ko'paytmani teskari soya diametriga bo'lamiz, u holda balandlikning sinusi hosil bo'ladi" yani

$$\frac{rtg\alpha}{sec\alpha} = rsin\alpha$$

bu esa ushbu ifodaga teng kuchli: $\frac{tg\alpha}{sec\alpha} = sin\alpha$.

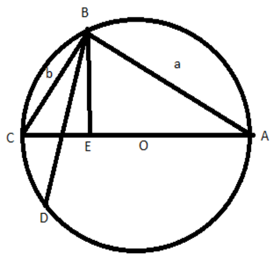
Beruniy kotangensni quyidagicha ifodalaydi: "Gnomonni balandlikning to'ldiruvchi sinusiga ko'paytiramiz, ko'paytmani esa balandlikning sinusiga bo'lamiz, u holda soya hosil bo'ladi", yani:

$\frac{lcos\alpha}{sin\alpha} = lctg\alpha$.

"Qonuni Masudiy"ning 3-bo'lim II bobida Beruniy $a\ va\ b$ vatarlarga mos ikki $\alpha\ va\ \beta$ $(\alpha > \beta)$ yoy yig'indisi va ayirmasining sinusini aniqlash uchun eng avval $\alpha^1\, va\, \beta^1$ vatarlarni yani $\alpha\ va\ \beta$ yoylarning 180° ga to'ldiruvchisini topadi va bu bilan ikki yoy yig'indisi yoki ayirmasi sinusining formulasiga teng kuchli bo'lgan ikki vatar yig'indisi yoki ayirmasini topish qoidasiga keladi. Beruniy qoidasi quyidagicha yozilishi mumkin:

$$(\alpha + \beta)^2 = \sqrt{a^2 + (\frac{ab}{2R})^2} \qquad (1)$$

Bu qoidaning isboti Arximedning yoyga ichki chizilgan siniq chiziq haqidagi lemmasiga asoslangan.Bu lemma quyidagicha: Agar siniq chiziq ABD yoyga ichki chizilgan va B yoyning o'rtasi bo'lsa $CD + CE = AE$ munosabat o'rinlidir (1-rasm). 1-rasmdagi AC-diametr, AB=a va BC=b lar $\alpha\ va\ \beta$ yoylarning vatarlari bo'lsin. Beruniy B nuqtadan boshlab BD=AB yoy ajratadi va C hamda D nuqtalarni to'g'ri chiziq kesmasi yordamida tutashtiradi. U holda $C \cup D = \alpha - \beta$ bo'ladi.



1-rasm

ABC va CBE to'g'ri burchakli uchburchaklardan:

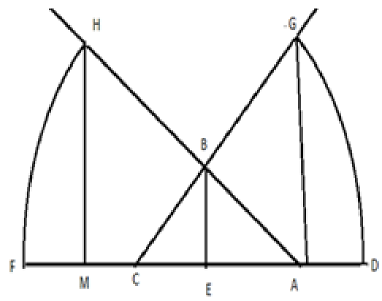
$\frac{BC}{BE} = \frac{AC}{AB}$ va $\frac{BC}{CE} = \frac{AC}{BC}$.

Bundan kelib chiqadiki:

$$BE = \frac{BC \cdot AB}{AC} = \frac{ab}{2R}$$

$$CE = \frac{BC \cdot BC}{AC} = \frac{b^2}{2R}$$

Yuqorida keltirilgan Arximed lemmasiga asosan $CD + CE = AE$, bundan $CD = AE - CE$, ammo ABE va CBE to'g'ri burchakli uchburchaklardan:



2-rasm

$$AE^2 = AB^2 - BE^2; \qquad AE = \sqrt{a^2 - \left(\frac{ab}{2R}\right)^2},$$

$$CE^2 = BC^2 - BE^2; \qquad CE = \sqrt{b^2 - (\frac{a'b'}{2R})^2}$$

CD- vatar: $(\alpha - \beta)$= $\sqrt{a^2 - \left(\frac{ab}{2R}\right)^2} - \sqrt{b^2 - (\frac{a\prime b\prime}{2R})^2}$

$a = 2Rsin\frac{\alpha}{2}\ \ va\ \ b = 2Rsin\frac{\beta}{2}$ bo'lganidan (1) formula quyidagiga teng kuchli:

$$\sin(\alpha - \beta) = sin\alpha \cdot cos\beta - cos\alpha \cdot sin\beta$$

"Qonuni Masudiy" asarining 3-bo'lim VII bobida Beruniy yassi trigonometriyaning sinuslar teoremasini beradi. U bu teoremani quyidagicha ifodalaydi: "To'g'ri chiziqli uchburchakning tomonlari, shu tomonlar qarshisidagi burchaklarning sinuslariga proporsionaldir".

Beruniy ABC uchburchakda:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{sinACB}{sinBAC}$$

munosabat mavjud ekanini isbotlash uchun uchburchak tomonlarini Ava C nuqtalarini aylana markazi deb olib, birlik radiusga uzaytiradi hamda HF va GD yoylarni o'tkazadi (2-rasm). U holda HM kesma BAC burchakning, GK kesma esa BCA burchakning sinusi bo'ladi.Agar $BE \perp AC$ bo'lsa, ABE va AHM uchburchaklar o'xshashligidan $\frac{AB}{BE} = \frac{AH}{HM}$ va CBE hamda CGK uchburchaklar o'xshashligidan quyidagi $\frac{BE}{BC} = \frac{GK}{CG}$ tenglik kelib chiqadi. Bulardan esa $\frac{AB}{BC} = \frac{GK}{HM}$, yani $\frac{AB}{BC} = \frac{sinACB}{sinBAC}$ ekani hosil bo'ladi (2-rasm).

Yuqorida keltirilgan misollarning o'zi ham ulug' o'zbek olimi Beruniy zamonasining buyuk matematiklaridan ekanligini to'liq isbot etadi. Beruniy asarlari falsafa, ateizm, fizika, matematika, astronomiya, mineralogiya, geodeziya, geografiya kabi insoniyat uchun muhim fan yo'nalishlariga bag'ishlangan. Beruniy qomusiy olim hisoblanib, qadimgi dunyo va ilk o'rta asrlardagi barcha fanlarga oid g'oyat qimmatli ma'lumotlar xazinasidir. U sharq uyg'onish davri allomasi hisoblanadi. Biz yoshlar Beruniyni o'z zamonasining naqadar buyuk allomasi ekanligini anglab yetmog'imiz va uning bizga qoldirgan merosini chuqur o'rganib, unga munosib izdosh bo'lish uchun bor kuch-g'ayratimiz va ilmimiz bilan harakat qilishimiz lozim. Xulosa qilib aytadigan bo'lsak: ajdodlarga munosib izdosh bo'lishimiz uchun yuksak marralar sari ilm va tafakkur ila ildam qadam tashlamog'imiz kerak.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Rayhan al-Biruni, The Book of instruction in the elementebof the Ari of Astrology Emeritus Professor of biology University of Toronto, London-1934, p.5.
2. Ирисов А. Беруний ва унинг "Қадимги халқлардан қолган ёдгорликлар" асари. Танланган асарлар, II том. – Т.: Фан, 1968. – 639 б.
3. Абу Райҳон Беруний, Танланган асарлар: "Ҳиндистон", II том, Тошкент, ФАН нашриёти, 1965-й.
4. Абу Райҳон Беруний, Танланган асарлар, V том, II китоб, Қонуни Масъудий, Тошкент: ФАН нашриёти, 1973-й.
5. Аҳмедов С.А., Н.С.Аҳмедова Н.С., Ўрта Осиёда арифметика тараққиёти ва унинг ўқитилиш тарихи, Тошкент, Ўқитувчи, 1991-й.