TEKISLIKDA IKKI TO'G'RI CHIZIQNING O'ZARO JOYLASHISHI

Fayzullayeva Fayzinisso Ilhomjon qizi
Namangan davlat universiteti Matematika fakulteti Amaliy matematika yo'nalishi 1-bosqich talabasi

Anotatsiya: *Ushbu qo'llanmada biz analitik geometriyaning mavzularidan biri bo'lgan tekislikda ikki to'g'ri chiziqning o'zaro joylashishi ya'ni ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak , ikki to'g'ri chiziqning perpendikulyarlik sharti, ikki to'g'ri chiziqning parallellik sharti,ikki to'g'ri chiziqning kesishishi va ikki to'g'ri chiziqning ustma-ust tushishini o'rganamiz.*

Kalit so'zlar: *Ikki to'g'ri chiziq, ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak, perpendikularlik, parallellik , ustma-ust va kesishishi.*

1. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak.

Tekislikdagi ikki l_1 va l_2 to'g'ri chiziqlar orasidagi φ bo'lsin .

Bu burchak to'g'ri chiziq tenglamalarining berilishiga ko'ra , turli formulalar bilan aniqlashimiz mumkin.

1) To'g'ri chiziqlarning umumiy tenglamalari .

$A_1x + B_1y + C_1 = 0$ va $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ (1.1)

Ko'rinishida beriladi.

2) To'g'ri chiziqlar kanonik tenglamalari.

$$\frac{x-x_0}{p_1} = \frac{y-y_0}{q_1} \quad \text{va} \quad \frac{x-x_0}{P_2} = \frac{y-y_0}{q_2}$$

bilan berilgan bo'lsin .

Bunda $\vec{s_1}=\{p_1\,;q_1\}$, $\vec{s_2} = \{p_2\,;\,q_2\}$ bo'ladi .

U holda $\varphi = (\, l_1\hat{\ },l_2) = (\vec{s_1}\hat{\ },\vec{s_2}\,)$ ekanini hisobga olib, topamiz :

$$\cos\varphi = \frac{\vec{s_1}\vec{s_2}}{|\vec{s_1}|\,|\vec{s_2}|} = \frac{p_1p_2+q_1q_2}{\sqrt{p_1^2+q_1^2}\,\sqrt{p_2^2+q_2^2}} \quad (1.2)$$

3) to'g'ri chiziqlar burchak koeffisiyentli

$y = k_1x+b_1$ va $y = k_2x+b_2$

tenglamalari berilgan bo'lsin .

1-shaklga ko'ra , $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$

Bunda $\tan\varphi = \tan(\varphi_1 - \varphi_2)$, $\tan\varphi = \frac{\tan\varphi_2 - \tan\varphi_1}{1+\tan\varphi_2\tan\varphi_1}$

yoki $\tan\varphi = \frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$ (1.3)

kelib chiqadi.

Agar bunda to'g'ri chiziqlardan qaysi biri birinchi va qaysi biri ikkinchi ekani ko'rsatilmasdan ular orasidagi o'tkir burchakni topish talab qilinsa , u holda (1.3) formulaning o'ng tomoni modulga olinadi,

ya'ni $\tan\varphi = \left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$ (1.4)

Shunday qilib ,to'g'ri chiziqlar tenglamalarining ko'rinishiga qarab, ular orasidagi burchak (1.1-14) formulalardan biri bilan topiladi.

1-misol . y= -4x+1 va 5x-3y-7=0 to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni toping.

Yechim: Birinchi tenglamaga ko'ra , $k_1 = -4$

$k_2$ni ikkinchi tenglamadan topamiz : 5x-3x-7=0, $y=\frac{5}{3}x-\frac{7}{3}$, bunda $k_2=\frac{5}{3}$

U holda

$\tan\varphi = \frac{\frac{5}{3}-(-4)}{1+(-4)\frac{5}{3}} = -1$. Demak, $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ bo'ladi.

Ikki to'g'ri chiziqning perpendikularlik sharti

Tekislikdagi ikki to'g'ri chiziqning perpendikulyarlik shartlarini ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni topish formulalaridan keltirib chiqaramiz:

$l_1 \perp l_2$ bo'lsin . U holda $\cos\varphi=0$ va (1.1) tenglikdan topamiz :

$A_1A_2 + B_1B_2 = 0$ (1.5)

Shu kabi (1.2) tenglikdan $p_1p_2 + q_1q_2 = 0$ (1.6) kelib chiqadi.

(1.3) tenglikdan $\cot\varphi = \frac{1+k_1k_2}{k_1-k_2}$.

U holda $l_1 \perp l_2$ da $\cot\varphi = 0$ yoki $1+k_1k_2=0$ (1.7) bo'ladi .

Demak, to'g'ri chiziqlar tenglamalarinng ko'rinishiga qarab, ularning perpendikulyar bo'lishi $A_1A_2 + B_1B_2 = 0 \ yoki \ 1 + k_1k_2 = 0$ shartlardan biri bilan aniqlanadi.

Ikki to'g'ri chiziqning parallellik sharti

1. l_1 va l_2 to'g'ri chiziqlar parallel bo'lsin . U holda ularning normal vektorlari $\vec{n_1}=\{A_1; B_1\}$ va $\vec{n_1}=\{A_2; B_2\}$ kollinear bo'ladi. Ikki vektorning kollinearlik shartidan ikki to'g'ri chiziqning parallellik shartini topamiz :

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$ (1.8)

2.Agar l_1 va l_2 to'g'ri chiziqlar parallel bo'lsa ,u holda ularning yo'naltiruvchi vektorlari $\vec{s_1}=\{p_1 ; q_1\}$, $\vec{s_2} = \{p_2 ; q_2\}$ kollinear bo'ladi . Bundan

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{q_1}{q_2}$ (1.9)

3. $l_1 \parallel l_2$ bo'lganida ular orasidagi burchak uchun $\tan\varphi=0$ bo'ladi . U holda (1.4) tenglikdan topamiz: $k_1 = k_2$ (1.10)

Shunday qilib, (1.8) – (1.10) shartlardan biri to'g'ri chiziqlar tenglamalarining berilishiga ko'ra , ularning parallel bo'lishini aniqlaydi.

2-Misol. Quyidagi misollarning parallelligini isbotlang.

3x – 2y +7 =0 , 6x – 4y -7 =0

Yechim: 3x – 2y +7 =0 tenglamadan A_1=3 , B_1= -2

6x – 4y -7 =0 tenglamadan A_2=6 , B_2= -4 lar hosil bo'ladi.

$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$ ushbu formuladan $\frac{3}{6}=\frac{-2}{-4}=>\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ tenglamaning paralelligi isbotlanadi.

Ikki to'g'ri chiziqni kesishishi

To'g'ri chiziqlar umumiy tenglamalari

$A_1\, x+B_1y+C_1=0 \quad va\; A_2x+B_2y+C_2=0$

bilan berilgan bo'lsin va $M_0(x_0;y_0)$ nuqtada kesishsin.

U holda $M_0(x_0;y_0)$ nuqtaning koordinatalari har ikkala tenglamani qanoatlantiradi. Shu sababli ikki to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi koordinatalari

$$\begin{cases}A_1x_0+B_1y_0+C_1=0\\ A_2x_0+B_2y_0+C_2=0\end{cases} \quad (1.11)$$

Sistemadan topiladi.

Bunday $M_0(x_0;y_0)$kesishish nuqtasi orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasi

$$A_1\, x+B_1y+C_1+\boldsymbol{\lambda}(A_2x+B_2y+C_2)=0 \quad (1.12)$$

tenglama bilan aniqlanadi,bu yerda λ-sonli ko'paytuvchi.

$8-misol.\; 2x-y-2=0\; a$ to'g'ri chiziq bo'ylab yo'naltirilgan yorug'lik nuri $x-2y+2=0$ to'g'ri chiziqda sinadi va qaytadi. Qaytuvchi nur yo'nalgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

$Yechim.$Yorug'lik nurining qaytish nuqtasi $2x-y-2=0$ bo'ladi va $x-2y+2=0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi bo'ladi.

Bu nuqta M(x;y) bo'lsin .Uni quyidagi sistemadan topamiz:

$$\begin{cases}2x-y-2=0\\ x-2y+2=0\end{cases}$$

Bundan M(2;2)

Yorug'lik nuri sinadigan va yo'naltirilgan to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak tangensini topamiz.

Berilgan to'g'ri chiziqlarning burchak koeffitsiyentlari $k_1=\frac{1}{2}, k_2=2$ bo'ladi.

Bundan

$$tg\boldsymbol{\varphi}=\frac{\frac{1}{2}-2}{1+2*\frac{1}{2}}=-\frac{3}{4}$$

Bu son yorug'lik nuri qaytuvchi va sinuvchi to'gri chiziqlar orasidagi burchak tangensiga teng bo'ladi. U holda

$$-\frac{3}{4}=\frac{k-\frac{1}{2}}{1+k*\frac{1}{2}}$$

Bu yerda k-nur qaytuvchi to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti. Bundan

$k = -\frac{2}{11}$

Demak, izlanyotgan to'g'ri chiziq uchun:M(2;2) , $k = -\frac{2}{11}$.

Bu parametrlar bilan aniqlanuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzamiz;

$y-2=-\frac{2}{11}(x-2)$ yoki $2x+11y-18=0$

Ikki to'g'ri chiziqning ustma-ust tushishi

$l_1 \perp l_2$ to'g'ri chiziqlar umumiy tenglamalari

$A_1 x+B_1 y+C_1=0$, $A_2 x+B_2 y+C_2=0$

bilan berilgan bo'lsin va ustma-ust tushsin.

Bunda:

-birinchidan $l_1 || l_2$ bo'ladi va $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\lambda$ tengliklardan $A_1-\lambda A_2=0, B_1-\lambda B_2=0$ kelib chiqadi;

-ikkinchidan l_1 to'g'ri chiziqning har bir nuqtasi, jumladan, $M_0(x_0;y_0)$ nuqtasi, l_2 to'g'ri chiziqda ham yotadi, ya'ni

$A_1 x_0+B_1 y_0+C_1=0$, $A_2 x_0+B_2 y_0+C_2=0$ bo'ladi.

Bu tenhliklarning ikkinchisini λ ga ko'paytiramiz va birinchidan ayiramiz:

$(A_1-\lambda A_2)x_0+(B_1-\lambda B_2)y_0+(C_1-\lambda C_2)=0$

Bundan $C_1=\lambda C_2$ kelib chiqadi.

Demak, to'g'ri chiziqlarning ustma-ust tushish sharti

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$$

tenglik bilan ifodalanadi.

Demak, yuqorida ushbu mavzu yuzasidan ko'plab ma'lumotlarga ega bo'ldik buni yanada mustahkamlash uchun quyidagi misolni yechimi bilan tanishib chiqsak .

Misol: Teng yonli uchburchak asosi x+y-1=0 va yon tomonlarining x-2y-2=0 tenglamasi berilgan. (-2.0) nuqta uchburchakning ikkinchi yon tomonida yotadi.Uchburchak uchinchi tomoninig tenglamasi tuzilsin.

Yechim: Asos: y=-x+1 Yon: $y_1=\frac{x-2}{2}$, $y_2=k_2x+b$ y_2 э (-2;0)

$$\tan(y \wedge y_1)=k_2=\tan(y \wedge y_2)$$

$k_1=-1$, $k_2=\frac{1}{2}$ $\tan a=\frac{\frac{1}{2}+1}{1-\frac{1}{2}}=3$

$\tan a = \frac{\frac{1}{2}-k_2}{1+\frac{1}{2}k_2} = -3 \Rightarrow \frac{1}{2} - k_2 = 3 + \frac{3}{2}k_2 \quad \Rightarrow -\frac{5}{2} = \frac{5}{2}k_2 \Rightarrow k_2 = -1$

$y_2 = -x + b \Rightarrow 0 = 2 + b \Rightarrow b = -2$ Javobi: $y = -x - 2 \Rightarrow x + y + 2 = 0$

Tekislikda ikki to’g’ri chiziqning o’zaro joylashishini o’rganish yuqorida bayon qilingan ma’lumotlar bilan chegaralanmaydi. Keltirilgan ma’lumotlar o’quvchilarga qulay bo’lishi uchun sodda tartibda tushuntirildi.

Bugungi kunda axborot kommunikatsion texnologiyalari rivojlanib bormoqda va foydalanuvchilar masalani tayyor dasturiy mahsulotlarda yechishni qulay deb hisoblashadi.

Yuqoridagi masalani C# dasturlash tilida dasturi quyidagicha:

```
using System;
namespace misol
{
Class Program
{
Public static void Main(string[] args)
{
Console.Write(“x ni kiriting:”);
double x=double.Parse(console.ReadLine());
Console.Write(“y ni kiriting:”);
double y=double.Parse(console.ReadLine());
double k1=-1, k2=0.5;
double A=Math.Abs((k2-k1)/(1+k1*k2));
double k3=(k2-A)/(A*k2+1);
double b=y-k3*x;
if (b<0 && k3==-1)
{
Console.WriteLine(”y3”+”=”+”-”+”x”+””+b);
}
else
{
Console.WriteLine(”y3”+”=”+”k3”+”x”+”+”+b);
}
Console.Readkey(true);
}
}
}
```

Dastur natijasi:

```
x ni kiriting: -2

y ni kiriting: 0

y3=-x-2
```

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Sh.R.Xurramov. Oliy matematika .Toshkent: Cho'lpon NMIU, 2018

2. Имомов А., Иномиддинов С., Настинов С. ГДТ 3 тур чегара масалага айирмали схема //Нам ДУ ахборотномаси. – 2022. – С. 28-36.

3. Samatov B. T. et al. The strategy of parallel pursuit for differential game of the second order //Scientific Bulletin of Namangan State University. – 2019. – Т. 1. – №. 5. – С. 3-8.

4. Samatov B. T., Horilov M. A., Inomiddinov S. N. Differential LG-Game with “Life–Line” //ББК 22.251 я431+ 95.4 М341. – 2019. – С. 109.