BEZU TEOREMASI VA UNI ALGEBRAIK KASRLARNI SODDALASH-TIRISHGA TATBIQI

Alijonov Shohruhbek Akramjon o`g`li
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-bosqich talabasi
Abdulatipov Mirjalol Abdurahmon o'g'li
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-bosqich talabasi
Sarsenbayev Almat Baxtiyor o'g'li
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-bosqich talabasi
G'offorov Nurimuhammad Raximjon o'g'li
Andijonovdavlat pedagogika inututining Matematika va informatika yo`nalishi 1-bosqich talabasi

Annotatsiya: *Ushbu maqolada Bezu teoremasi va uning kasrlarni soddalashtirishga tatbiqi o`rganish va uni hayotga tadbiq qilishda , Bezu teoremasi haqida yangi elementlarga ega bo`lishga ushbu maqola yordam beradi.*

Kalit so’zlar: *Bezu teoremasi, Ko`phad, Teorema,* *XVIII asr oxirida Frantsuz matematigi E.Bezu (1730-1783) quyidagi teoremani ta`rifladi, Kasrni surati*

Bitta o`zgaruvchi x ning ko`bhadi deb,

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 \qquad (1)$$

ko`rinishdagi ko`phadga aytiladi.

$a_n -$ kўphadning bosh koeffitsenti, $a_n \neq 0$ bo`lsa, n soni ko`phadning darajasi a_0 - ozod had deyiladi.

Bir o`zgaruvchili ko`phadlar ustida qo`shish , ayrish va ko`paytirish amallari 3 dagi amallar kabi bajariladi.

Masalan:

$P_2(x) = 3x^2 + 5x$ -3, $Q_3(x) = 5x^3 - x^2 + 7$ ko`phadlar berilgan

$P_2(x) + Q_3(x),\quad P_2(x) - Q_3(x),\quad P_2(x) \cdot Q_3(x)$ lar topilsin.

Yechish: $P_2(x) + Q_3(x) = 3x^2 + 5x - 3 + 5x^3 - x^2 + 7 = 5x^3 + 2x^2 + 5x + 4$

$P_2(x) - Q_3(x) = 3x^2 + 5x - 3 - 5x^3 + x^2 - 7 = -5x^3 + 4x^2 + 5x - 10$

$$P_2(x) \cdot Q_3(x) = (3x^2 + 5x - 3)(5x^3 - x^2 + 7) = 15x^5 - 3x^4 + 21x^2 +$$
$$+ 25x^4 - 5x^3 + 35x - 15x^3 + 3x^2 - 21 = 15x^5 + 22x^4 - 20x^3 + 24x^2 + 35x - 21$$

Ko`phadni ko`phadga bo`lish esa xuddi butun sonni butun songa bo`lgani kabi bajariladi, bunda albatta bo`linuvchining darajasi bo`luvchining darajasidan kichik bo`lmasligi kerak. Bo`lish amalini bajarishda bo`linuvchi ko`phad ham , bo`luvchi ko`phad ham darajalarini pasayish tartibida yozib olinadi, bunda dastlabki o`rinda turgan bo`linuvchining hadi bo`luvchining hadiga bo`linib , bo`linma hosil qilinadi.

Masalan:

$$
\begin{array}{r|l}
3x^2+5x-3 & X-5 \\
\cline{2-2}
3x^2-15x & 3x+20 \\
\hline
20x-3 & \\
20x-100 & \\
\hline
97 &
\end{array}
$$

yoki $\dfrac{3x^2+5x-3}{x-5}=3x+20+\dfrac{97}{x-5}$

Ikkita birhadning nisbatiga ratsional kasr funktsiya deyiladi, ya`ni

$$P(x)=\frac{P_n(x)}{Q_k(x)}=\frac{a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_0}{b_kx^k+b_{k-1}x^{k-1}+\cdots+b_0} \qquad (2)$$

Ratsional kasr funktsiya to`g`ri ratsional kasr deyiladi, agar n > k bo`lsa va noto`g`ri kasr funktsiya deyiladi agar n< k bo`lsa.

Ravshanki, ratsional kasr funktsiya noto`g`ri bo`lsa, suratini maxrajiga bo`lib, uni bir o`zgaruvchili ko`phad bilan to`g`ri kasrni yig`indisi sifatida ifodalash mumkin.

Quydagicha savol tug`iladi. Ko`phadni ko`phadga bo`lish butun sonni butun songa bo`lishga o`hshab ketmaydimi? yoki $\frac{17}{3}=5+\frac{2}{3}$ yozuv ham noto`g`ri kasrni qoldiqli bo`lishga o`hshamaydimi ?

Aslida xaqiqatdan ham $P_n(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_0$ ko`phad x=0 bo`lgan

"n-1" xonali natural sondir.

Misollar: 1). $39=3\cdot10+9$, ax+b ga (x=10) mos keladi;

2). 738=7$\cdot10^2+3\cdot10+8$, ax^2+bx+c ga (x=10) mos keladi;

3). 9675=9$\cdot10^3+6\cdot10^2+7\cdot10+5$, ax^3+bx^2+c ga (x=10) ga mos keladi.

Keltirilgan misollar qo`yilgan savollarning javobidir.

$P_n(x)=0$ ko`rinishdagi tenglama n- darajali algebraik tenglama deb ataladi. $P(x_0)=0$ bo`lsa, x_0 soni ko`phadning ildizi deyiladi. Misol uchun $P_2(x)=x^2-8x+15=0$ tenglama uchun $x_1=3$, $x_2=5$ ildiz bo`ladi, chunki $P_3(3)=3^2-8\cdot3+15=9-24+15=0$, $P_2(5)=5^2-8\cdot5+15=25-10+15=0$

XVIII asr oxirida Frantsuz matematigi E.Bezu (1730-1783) quyidagi teoremani ta`rifladi va uni isbotladi:

Teorema:Haqiqiy koeffitsentli $P_n(x)$ ko`phadni x-a ga bo`lishdagi qoldiq $P_n(a)$ ga teng.

Xususiy holda a soni $P_n(x)$ ko`phadning ildizi bo`lsa ,$P_n(x)$ ko`phad x-a ga qoldiqsiz bo`linadi.

Misol uchun $P_2(x)=3x^2+5x-3$ ko`phadni x-5 ga bo`lganda qoldiq $P_2(5)=$ $3\cdot5^2+5\cdot5-3=97$ ga teng bo`ladi .

Haqiqatdan ham

$$\begin{array}{r|l} 3x^2+5x-3 & x-5 \\ \cline{2-2} 3x^2-15x & 3x+20 \\ \hline 20x-3 & \\ 20x- & \\ 100 & \\ \hline 97 & \end{array}$$

yoki $\dfrac{3x^2+5x-3}{x-5}=3x+20+\dfrac{97}{x-5}$.

Bu teoremadan x=a soni $P_n(x)$ ko`phadni ildizi bo`lsa , $P_n(x)$ ko`phadni x-a ga qoldiqsiz bo`linishi kelib chiqadi . Bu teoremani teskarisi ham o`rinli:

Endi Bezu teoremasini algebraik kasrni soddalashtirishga tatbiqiga misollar keltiramiz. Ayniqsa, $\dfrac{P_n(x)}{Q_k(x)}$ ratsional kasrni soddalashtirishda surat va maxrajdagi ko`phadlarni umumiy x=a ildizga ega bo`lishi kasrning surat va maxrajini x-a ga qisqartirish imkonini beradi, bundan limitlar nazariyasida $\dfrac{0}{0}$ ko`rinishdagi aniqmasliklarni ochishda foydalaniladi.

Misollar: 1). $\dfrac{x^2-5x+6}{x^3-x^2-14x+24}$ kasrni soddalashtiring.

Yechish: Kasrni surati $P_2(x)=x^2-5x+6$, maxraji $Q_3(x)=x^3-x^2-14x+24$

Bunday holda quyidagi teoremadan foydalanish mumkin:

Teorema: Agar n- darajali (n>1) ko`phadning koeffitsentlari butun son bo`lib uning ildizi α ham butun son bo`lsa ,u holda $\alpha$ son ko`phadning bo`luvchisi bo`ladi .

Demak , amaliyotda bu teoremadan foydalanganda ko`phadning ozod hadini butun ko`paytuvchilarga ajratish lozim bo`ladi.

$P_2(x)=x^2-5x+6;$ 6= $2\cdot3$, $P_2(2)=4-10+6=0$, $P_2(3)=9-15+6=0$

$P_3(x)=x^3+x^2-14x+24;$ 24= $8\cdot3=2^2\cdot2\cdot3$, $P_3(x)=64-16-56+24\neq 0$