



## ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В МЕДИЦИНЕ

Юсупова Анора Каримовна

*Доцент, кандидат физика – математических наук*

Сайдахмедова Мохинур Дурбековна

*Магистрантка I- курса, Ферганский государственный университет*

**Аннотация:** Мы знаем, что с момента зарождения биологии как науки успешное ЕЕ развитие совершенно не зависело от математики, поэтому возникает вопрос: почему мы должны использовать их сегодня для понимания биологического явления? Тот факт, что науки о здоровье, такие как биология, не использовали математику в древние времена, не означает, что в настоящее время (или в будущем) Мы не могли ими воспользоваться. Отходя от этой идеи, такие дисциплины, как генетика и экология, добились важных успехов, разработав математические модели, основанные на дифференциальных уравнениях. В настоящее время математика вносит свой вклад с помощью инструментов и математических моделей дифференциальных уравнений в качестве поддержки конкретных исследований в области науки о здоровье. В этом обзоре будут приняты во внимание основные понятия, касающиеся дифференциального и интегрального исчисления переменной, базовой теории обыкновенных дифференциальных уравнений и методов решения первой степени для: разделительной переменной, однородных уравнений, точных уравнений и комплексных коэффициентов. Все это с целью создания математических моделей, включенных в эту статью.

**Ключевые слова:** обыкновенное дифференциальное уравнение первой степени, закон экспоненциального роста, разделение переменных

### Вступление

История развития математики охватывает период почти в семь тысяч лет. Среди первых предметов - алгебра, геометрия и тригонометрия. Греки рассматривали математику как образовательную науку, как продуманные определения, четко сформулированные аксиомы, и на основе логических рассуждений и точной проверки разработали теорию геометрии, доказавшую на все времена силу абстрактного мышления и приведшую к тому, что человек обнаружил, что с помощью математики можно понять природу. Спустя почти две тысячи лет, в семнадцатом веке, появилось то, что мы сейчас знаем как современную математику и естественные науки. Это была эпоха великих академий, где физики были математиками, физики и философы были философами, которые были



математиками. Аналитическая геометрия начинается с Ферма (1629) и Декарта (1637), последний был первым, кто систематически применял алгебру к изучению геометрии. Пятьдесят лет спустя Ньютон и Лейбниц разрабатывают дифференциальное и интегральное исчисление, которое заключается в вычислении наклона касательной линии к кривой и определении площади, ограниченной кривой, соответственно. Они известны как основатели вычислений, кстати, как обе связанные проблемы; такие соотношения изложены в наиболее важном результате вычисления, озаглавленном: Фундаментальная теорема исчисления. Это было началом анализа и дало толчок математике и современной науке, действующей в настоящее время. Таким образом, наибольшее количество применений математики в науке сосредоточено на вычислениях, особенно при изучении дифференциальных уравнений.

## ИСТОРИЯ

В последнее десятилетие семнадцатого века братья Джеймс и Йохан Бернулли ввели такие термины, как "интегрировать" дифференциальное уравнение и процесс разделения (*separatio indeterminatarum*) дифференциального уравнения. I Йохан Бернулли (1692) нашел другой метод, используя серию задач, умножение на "интегрирующий множитель", особенно для решения уравнений, в которых вышеупомянутый метод не мог быть применен, метод, также используемый его племянником Даниэлем Бернулли (1720). Однако методы были неполными, и общая теория дифференциальных уравнений в начале восемнадцатого века не могла быть предложена.

Это Эйлер (1770), которому он переписал первую систематизацию предыдущей работы в своей работе: *Institutiones Calculi Integralis*, Ediderunt Friedrich Engel et Ludwig Schlesinger, которая содержит большую часть (и даже больше) материала, который можно было бы найти в текущем тексте книги, как изучение дифференциальных уравнений первого порядка и соответствующая классификация: линейный, разделяемый, однородный и точный; второй порядок и его обобщение на более высокий порядок; также мы находим метод степенных рядов.

Эта работа знаменует конец алгебраико-алгоритмического этапа в истории обыкновенных дифференциальных уравнений и начинается второй этап до конца девятнадцатого века, который называется "основы", учитывая, что в нем рассматриваются и решаются основные вопросы основы.

Наиболее важными достижениями этого периода были Д'Аламбер (1776), который обнаружил, что общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения равно



$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2 + \dots + c_n y_n$$

Где  $y_1, y_2, \dots, y_n$  они представляют собой набор линейно независимых решений, они  $c_1, c_2, \dots, c_n$  являются произвольными константами. Это известно как "принцип суперпозиции". Тот же автор в 1774 году открыл в его общем виде метод "варьирования параметров".

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В НАУКАХ О ЗДОРОВЬЕ

Наверняка неизвестно, кто открыл дифференциальные уравнения, поскольку история математики так же велика, как и происхождение Вселенной, и мы не знаем, кто их создатель. Дифференциальное уравнение - это выражение, включающее неизвестную функцию, производную от одной или нескольких переменных.

Дифференциальные уравнения, существует два типа:

(А) Если неизвестная функция зависит только от одной переменной, уравнение называется обыкновенным дифференциальным уравнением.

(Б) Если неизвестная функция зависит более чем от одной переменной, уравнение называется уравнением в частных производных.

Также дифференциальные уравнения могут быть классифицированы по их порядку и степени. Порядок дифференциального уравнения - это производная высшего порядка, которая появляется в уравнении, а степень дифференциального уравнения - это степень, при которой производная, задающая порядок дифференциального уравнения, повышается. Одним из наиболее известных и простых дифференциальных уравнений является закон экспоненциального роста:

$$\frac{dy}{dt} = \alpha y \quad \text{решение таково: (1) } y = ke^{\alpha t}$$

Закон экспоненциального роста, с соответствующими изменениями, может иметь очень большое количество применений в области наук о здоровье. Среди основных моделей можно выделить:

#### I. МОДЕЛЬ БИОЛОГИЧЕСКОГО РОСТА.

Фундаментальной проблемой в биологии является рост, будь то рост клетки, органа, человека, растения или популяции. Дифференциальное уравнение (1) говорит нам, что рост происходит, если  $\alpha > 0$ , а с другой стороны, спад (или сжатие) происходит, если  $\alpha < 0$ . Одним из очевидных недостатков уравнения (1) и его решения является то, что если  $\alpha > 0$  и прошло время, рост неограничен. Это противоречит реальности, поскольку по прошествии определенного времени мы знаем, что клетка или особь перестает расти и приобретает максимальный размер. Вопрос в том, можем ли мы изменить (1) так, чтобы результаты соответствовали реальности? Ответ "да" и задается дифференциальным уравнением:



$$\frac{dy}{dt} = \alpha y - \beta y^2, \quad y(t_0) = y_0 \quad (2)$$

решение заключается в:

$$y = \frac{\alpha / \beta}{1 + \left( \frac{\alpha / \beta}{y_0} \right) e^{-\alpha(t-t_0)}} \quad (3)$$

который легко получается путем применения разделения переменных. В дополнение к (3) обратите внимание на то, что, который показывает, что рост, заданный (3), имеет предел, как того требует реальность, и подтверждает модель роста (2) и (3). Вот некоторые примеры применения этой модели: вычислить средний рост группы женщин в полный рост или спрогнозировать численность населения Мексики в 2010 году и так далее.

## II. МОДЕЛЬ ОРГАНОВ ИЛИ КЛЕТОК, ПОГЛОЩАЮЩИХ ЛЕКАРСТВЕННОЕ СРЕДСТВО.

Важной проблемой в области медицины является определение поглощения химических веществ (таких как лекарства) клетками или органами. Предположим, что жидкость переносит лекарственное средство внутри органа объемом  $V$  см<sup>3</sup> со скоростью см<sup>3</sup>/с и выходит со скоростью  $b$  см<sup>3</sup>/с. Концентрация препарата в поступающей жидкости составляет  $a$  см<sup>3</sup>/сек. Дифференциальное уравнение, моделирующее эту проблему, является:

$$V \frac{dx}{dt} = ac - bx \quad (4)$$

решение заключается в:

$$x = \frac{ac}{b} + \left( x_0 - \frac{ac}{b} \right) e^{-(t-t_0)/V} \quad (5)$$

где возможны следующие случаи:

Случай 1:  $a = b$ . В этом случае скорость, с которой препарат поступает, равна скорости, с которой выходит, и (7) становится:

$$x = c + (x_0 - c) e^{-\delta(t-t_0)/V}$$

. Случай 2:  $a = b$  и  $x_0 = 0$  В этом случае скорости ввода и вывода равны, а начальная концентрация лекарственного средства в организме равна 0; тогда (7) равно:

$$x = c \left( 1 - e^{-\delta(t-t_0)/V} \right)$$

## ВЫВОДЫ



Обзор существующих математических моделей дает нам рекомендации по разработке новых моделей для обыкновенных дифференциальных уравнений, поддерживающих решение конкретных задач в области медицинских наук. Таким образом, это приносит пользу сообществу в целом, способствуя ранней диагностике и своевременному лечению. Сочетание математических инструментов и знаний биологических наук привело к слиянию наук на благо человечества.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Hecote HW. Математические проблемы в биологии, Асимптотическое поведение и стабильность в моделях эпидемий, конференция в Виктории. Берлин, Нью-Йорк: Springer-Verlag, 1974; 83-92.
2. Леви Э. Математические проблемы Миллера в биологии, модель морфогенеза, конференция Виктории. Берлин, Нью-Йорк: Springer-Verlag, 1974; 141-142.
3. С. Математические проблемы Кочена в биологии, жгутиковый рост, конференция Виктории. Берлин, Нью-Йорк: Springer-Verlag, 1974; 143-145.
- 4.Г Эрнандес Веласко-Эрнандес ЖХ. Скрытый Источник. Мексика: Основы экономики, культуры 1999; 11-18, 25-26.
5. Хассер, Ла-Саль, Салливан. Математический анализ, 2-е изд., Мексика: Trillas, 1990; 1: 11-12.
6. МИСТЕР Шпигель. Прикладные дифференциальные уравнения, 3-е изд. Мексика: Prentice-Hall Hispano, 1983; 148-159.
7. Браун М. Дифференциальные уравнения и их приложения: и введение в прикладную математику. Берлин, Нью-Йорк: Springer-Verlag, 1993; 443-457, 465-475.
8. Я Вальдес Неаполь-Негрон-Сегура Против: История обыкновенных дифференциальных уравнений, рассказанная в вашем учебнике, октябрь 2002 г.; 3 (2) (Доступен по ссылке в Интернете). <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1002.pdf>
9. Габриэль Аргуэльес-младший, Мл.-Гарридо Авенданьо, Бараона-Гомес Р. Примечания к курсу дифференциальных уравнений. Халапа, Вер.: Математический факультет, УФ, 2003; 5, 10-25.